

Platón, Leonardo y el Sistema del Monte Carmelo **(Reflexiones sobre los Principios de la Medida)**

Por Ernesto Fernández

Colaboraron con el autor, Ariel Fleitas (Lic. en Matemáticas) y Patricio O'Rourke (Arquitecto).

Índice

Introducción

Estructura y conocimiento

La Vesica

La Proporción Áurea

El Hombre Áureo y la Cruz

La Métrica Renacentista

Modernos Desarrollos Métricos

La Simetría

Grupos de Lie

Platonismo, Arte y Estructura de Grupo

El Arquetipo Métrico y la Transformación de Lorentz

Conclusión

Apéndices

Bibliografía

Introducción

Desde sus orígenes, el hombre se ha imaginado a si mismo instalado en un sistema simbólico, en una estructura métrica del espacio y del tiempo, a partir de cuyo centro comprende lo real. Mundo, ciudad, templo y calendario responden tradicionalmente a este diseño. Nuestro estudio analiza esta estructura y sus transformaciones, centrándose en las concepciones de Platón y Leonardo da Vinci, y en su moderna representación arquitectónica sobre las laderas del Monte Carmelo.

Estructura y conocimiento

Platón concibe el conocimiento estricto referido a aquello que no cambia, que permanece invariable en el flujo de los fenómenos: el *Eidos*¹, la Idea.

Pensar y medir están indisolublemente ligados; la etimología de la palabra pensar equivale a “pesar” y la raíz sánscrita *Ma* significa “medir” y da origen a *Mati*: razón, pensamiento. El acto de medir y el de pensar tienen en común un elemento invariante.

Platón y sus discípulos han meditado sobre estas “actuaciones” y los conceptos que implican: simetría y estructura; de allí el rango metafísico de los polígonos y poliedros y la leyenda en el pórtico: “*Nadie entre aquí que no sea geómetra*”.

Los poliedros regulares juegan un papel central en la metafísica y la cosmología platónicas. Todo sólido regular “*tiene la propiedad de dividir en partes iguales y semejantes la superficie de la esfera en que está inscrito*”² y “*cada uno de los cinco sólidos participa en la idea de sólido regular, e inversamente, esta idea se plasma exactamente en cinco casos particulares*”³

Platón desarrolla una teoría matemática, una definición general junto con una precisa clasificación de los entes que la cumplen.

En el *Timeo* estudia el proceso de generación y composición de los cinco poliedros mediante elementos geométricos más básicos, dos polígonos triangulares. Los triángulos rectángulos con la hipotenusa doble de un cateto conforman el tetraedro, el octaedro y el icosaedro; triángulos rectángulos isósceles hacen lo propio con el cubo. El dodecaedro es considerado de modo especial:

¹ *Eidos* puede traducirse como estructura o figura.

² *Timeo*, 55a

³ *La República*, 51b

“Quedaba aún una sola y única combinación; el Dios se sirvió de ella para el Todo cuando esbozó su disposición final”⁴

Platón enlaza cada uno de sus poliedros con uno de los cuatro elementos primarios y el quinto con la esencia universal:

“A la tierra le atribuimos la figura cúbica, porque la tierra es el [elemento] más difícil de mover, el más tenaz, el de las bases más sólidas, (...), la figura sólida de la pirámide [tetraedro] es el elemento y el germen del fuego; la segunda en orden de nacimiento [octaedro] es el elemento del aire, y la tercera [icosaedro], el del agua”⁵

Esta cosmología geométrica plantea una metafísica fundada en tres entidades:

“(...) hay Ser, Espacio y Devenir, tres realidades diferenciadas, y esto antes de que naciera el mundo”⁶.

La concepción triádica muestra una estructura jerárquica en la que el Ser, sobre la cima, consiste en las Formas ejemplares o Ideas; el Espacio “*que proporciona una sede a todo lo que posee un origen...*” ocupa el lugar intermedio; y el tercer componente, el Devenir, “*generado, siempre cambiante*”, constituye el polo inferior.

El espacio platónico es el *Topos*, lugar de la mediación y la medida, entre la quietud del Ser y el Devenir de lo sensible.

El *Timeo* plantea la relación entre estas tres realidades y su métrica, ligada a las formas poligonales y poliédricas, como la estructura del proceso del mundo. El modelo empleado por el Creador.

Esta mística geométrica supone una “iniciación” que tiene como herramientas, llamadas “divinas” por Platón, la regla no tabulada y el compás. Por medio de ellas el espíritu se epifaniza, se vuelve superficie y da medida de sí. Proporción, simetría y estructura son las claves de esta manifestación: el *Logos*.

Las figuras y cuerpos regulares inscriptos en el círculo y la esfera, y la invariancia presente en sus transformaciones, dibujan el tejido de la manifestación, la visible arquitectura del Ser.

En su concepción de la medida invariante, Sócrates y Platón corrigen y subliman la métrica de Protágoras. El “hombre” del sofista no es sino un generador de medidas aparentes, el texto de las *Leyes* propone una fórmula distinta:

⁴ *Timeo*, 55c

⁵ *Timeo* 55d

⁶ *Timeo*, 52 d

“Por tanto Dios debe ser para nosotros más que nada la medida de todas las cosas, mucho más que (como se dice) ningún hombre”⁷.

El hombre real es aquél que trascendiendo lo aparente, descubre en sí mismo lo invariante, la medida divina. Esta es la metafísica contenida en el “*Conócete a ti mismo*” socrático, acto y objeto del conocimiento se identifican. El sabio contempla en su interior el Logos, la medida ontológica común al hombre y a la Ciudad de Dios:

“Pero tal vez haya un modelo de esa ciudad en el cielo para que el que quiere contemplarla y gobernarse de acuerdo con él. Por lo demás, poco importa que esa ciudad exista o deba existir algún día. Lo cierto es que en ella, y solo en ella, consentirá en actuar”⁸.

Ciudad y medida, *Polis* y *Cosmos*, son análogos en Platón, el Ser confiere en un punto arquitectura a los entes, les participa graciosamente la estructura del *Logos*:

“Debemos pensar que cada parte es sagrada, porque es un don de Dios, y porque sigue el movimiento de los meses y la revolución del Universo. Así, la ciudad entera está regulada por su relación con el Universo, que santifica sus partes”⁹

La ciudad ideal es una experiencia visionaria, “*contemplarla y gobernarse*” implica un conocimiento directo, entrar en su callado recinto.

La posterior definición de Aristóteles: “*El hombre es una criatura que vive en la pólis*” invierte y desacraliza la visión de su maestro, para quién, primariamente, la ciudad mora en el hombre. Jesús lo dice de manera inmejorable: “*El reino de los cielos está dentro de ti*”.

Platón describe de diversos modos esta estructura divina; el mito de la ciudad *Er* y el de la caverna en *La República*, o la acción del demiurgo en el *Timeo*, dibujan este proceso en que mito y métrica se funden.

Sí el filósofo expulsa de su república a los poetas, creadores de apariencias que practican la *mímesis fantastiké*, oficia sin embargo otra *mímesis*, la *eikastiké*, que responde a actos e imágenes que revelan lo invariante.

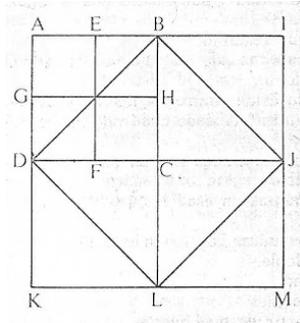
El arquetipo de la medida es intuitivo a través del ejercicio geométrico, de la ordalía podría decirse, de los métodos de duplicación del cuadrado y del

⁷ *Leyes*, 716 C

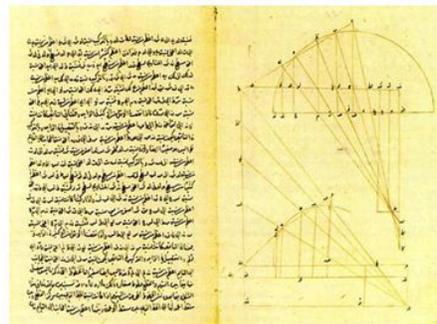
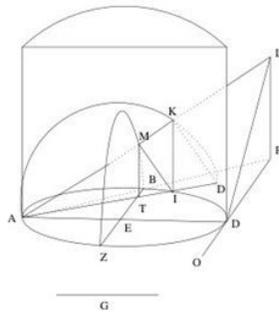
⁸ Platón, *Republica*, Cap. IX, Pág. 498, Eudeba

⁹ Platón, *Leyes*, 745 ss.

cubo, mencionados o aludidos en distintos diálogos (*Menón* y *Las Leyes* entre estos).



Menón - duplicación del cuadrado



Duplicaciones del cubo de Arquitas y de Menecmo

La línea, el cuadrado y el cubo son entes relacionados que, pese a guardar aparente similitud, pertenecen a órdenes de magnitud diferentes. La línea se construye con puntos, el cuadrado con líneas, el cubo con cuadrados, pero su diferencia se hace evidente cuando se someten a la acción de doblarlos: su principio generador no es el mismo; no se duplica una magnitud añadiéndole otra de orden inferior.

El esclavo que guiado por Sócrates duplica el cuadrado y el filósofo que, respondiendo al oráculo, intenta doblar el cubo del altar, vislumbran a través de las sombras un principio invariable. Seguir las transformaciones permite trascender las apariencias, contemplar la trama misma del espíritu.

Estos métodos de proporción, de métrica simpática, constituyen, según Platón, la prueba geométrica de la existencia del mundo arquetípico y de la teoría de la reminiscencia.

Las transformaciones geométricas están estrechamente vinculadas al corazón de la metafísica platónica: la tragedia de Sócrates. La muerte del maestro y la sombra de lo irracional, rondan la concepción métrica de Platón.

Difícil es al hombre actual, para quien no solo la metafísica y la matemática, sino la vida misma carecen de sacralidad, entender la ascesis platónica.

La metafísica platónica supone la *kátharsis*, la purificación que sublima la tragedia: el sacrificio del inocente descubre la trascendencia de lo justo. La iconografía de la justicia, mujer que pesa y no ve, guarda similar analogía. Por encima de lo aparente, la medida de la verdad se vuelve visión. Homero, Milton y Borges encarnan este arquetipo.

El *Fedón* no refiere solo una muerte heroica, formula un teorema. Ha escrito Russell: “*El método de hipótesis y deducción nunca ha sido mejor expuesto que en el Fedón*”¹⁰.

Hipótesis significa “lo que se pone debajo”, aquello que permite explicar lo que la superficie manifiesta. Bajo la irracionalidad de la sentencia, la hipótesis socrática es la realidad matemática del Logos.

El problema de duplicar el cubo, el más célebre de la matemática griega, no puede ser desvinculado de la mística; no alude a un vulgar bloque de piedra, sino a un objeto sacro, el altar de Apolo.

La limitación impuesta a la realización de la obra (solo deben emplearse regla no tabulada y compás) presenta también un componente ascético. Según Plutarco, Platón reprochó a algunos discípulos por utilizar medios mecánicos para resolver la duplicación del cubo, debido a que este procedimiento dejaba de lado la esencia de la geometría y, reduciéndola al nivel de los sentidos, impedía percibir las imágenes eternas e incorpóreas. Doy por sentado que el procedimiento mecánico conocido como *máquina de Platón* no es de su autoría.

La imposibilidad de resolver el problema, hecho que, a priori, parecen conocer varios de los discípulos, muestra el carácter iniciático del proceso.

Es factible que la duplicación del altar, suponga el conocimiento de lo trascendente mediante una experiencia paradójica, similar a la del *koan* budista “*Mata a Buda donde lo encuentres*” o al “*Para venir a lo que no sabes, has de ir por donde no sabes*” de la *Subida al monte Carmelo*.

¹⁰ Bertrand Russell, *La sabiduría de Occidente*, pág. 72, Editorial Aguilar. 1964.

Sublime y paradójica es la muerte de Sócrates que acepta la injusticia para no desvirtuar la ley. El gallo ofrecido en sacrificio a Asclepios alude a la culminación ascética. No se trata de su culpa, no está pagando su *hybris*, su falta de medida, sino purificando la paradoja de la ley. Es el Cristo griego, el hombre áureo tendido sobre su cruz.

La comprobación de la imposibilidad de duplicar el cubo con regla y compás llega con las matemáticas del siglo XIX. Gauss declara su irresolubilidad y, finalmente, Wantzel en 1837 publica la demostración. No obstante, lo mejor de la matemática griega y buena parte del pensamiento matemático posterior fue motivado por hallazgos en la vía de su imposible concreción.

Suele considerarse que el pensamiento geométrico platónico está limitado a la geometría de Euclides; creo, sin embargo, que su visión, que trasciende a la del geómetra, ha sufrido la incertidumbre de lo que nace anticipadamente. Platón paga tributo a la escritura matemática de la época, incapaz de traducir su teoría. Desde esta perspectiva deben considerarse las magnitudes doble y triplemente extendidas.

Es posible que el filósofo desconfiara, como alguno de sus seguidores, Proclo entre ellos, del cuestionado quinto postulado de los *Elementos*, “talón de Aquiles” y origen de las modernas geometrías

Whitehead ha comentado que, si bien, la teoría física moderna hubiese sorprendido a Newton, habría sido esperada por Platón. Newton es afín a Euclides, Platón simpatiza con Gauss y Lobatschewsky.

La atribución de la esfera “*la figura más perfecta*” al “*cuerpo del mundo*”, y su propiedad de contener a los 5 únicos poliedros regulares posibles, supone una filosofía de la naturaleza basada en un sistema lógico-matemático de relaciones, en el que los principios de transformación y de invariancia están implícitos. Éste es el núcleo del pensamiento platónico y, en esencia, el de la física-matemática moderna.

Si bien no podemos decir que la teoría platónica del espacio y el tiempo cumpla con los requisitos de la experimentación científica moderna, está claro que Platón experimenta y formula una teoría basada en una experiencia, en una “visión del alma”; por lo pronto, idea y eidos derivan de “*idein*”, acción de ver.

El matemático René Thom, a quien Iver Ekeland llama “autor del *Timeo* de los tiempos modernos”¹¹, comenta sobre el tema:

¹¹ Iver Ekeland, *Le calcul, l'imprevu: Les figures du temps, de Kepler a Thom*, p.125, Le Seuil, 1984.

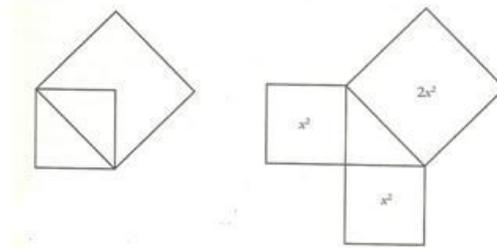
*“En efecto, el mundo de las ideas excede enormemente de todo lo que nuestra capacidad operatoria pueda alcanzar, y la última ratio de nuestra fe en la verdad de un teorema reside precisamente en la intuición; recordemos que un teorema es, en etimología hoy día olvidada, el objeto de una visión”.*¹² Toda demostración es, en definitiva, arte mayéutica, proceso que hace visible lo invisible.

Sócrates pregunta en el *Laques*: *“¿qué es lo que está en todas las cosas y es lo mismo?”*

Para responder esta pregunta es necesario superar las apariencias, alcanzar la intuición que permite salir de la caverna. La clave de la metafísica geométrica platónica es este experimentar del espíritu sobre sí. Experiencia en la que están “visionariamente” incluidas las estructuras matemáticas fundamentales.

Los motivos de la duplicación del cuadrado y del altar, no son exclusivamente griegos. Los *Sulbasutras*, textos védicos anteriores a los escritos de Platón, están dedicados a las transformaciones del área del altar y la de polígonos cuya superficie sea igual a la suma o la diferencia de otros dos; como también a desarrollos geométricos aplicables a la construcción de templos y centros rituales. Sobre la duplicación del cuadrado el sulbasutra de Baudhayana enseña:

“La soga que se estira en el sentido de la diagonal de un cuadrado produce un área de tamaño doble del cuadrado original”



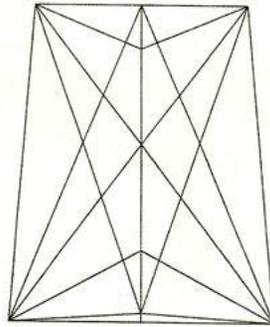
Versión de Baudhayana de la duplicación del cuadrado y del teorema de Pitágoras

¹² *La enseñanza de las matemáticas modernas*, Pág. 122, Alianza Universidad, 1978, España



Templo Jaina (ornamento) y mandala hindú – duplicaciones del cuadrado

El arquitecto interpreta estos textos en función de una visión, de un “teorema” que le revela el proceso arquetípico de la construcción. El altar es transformado de acuerdo a relaciones que repiten la cosmología divina.



Smasana, estructura del altar

El enigma del oráculo: “*Los males presentes de los delios y de los demás helenos terminarán cuando dupliquen el altar de Délos*” constituye no solo la clave de la metafísica geométrica griega, sino también la de la hindú. Ambas suponen la intuición de lo invariante en la transformación de una estructura sacra; ambas, también, asocian métrica y sacrificio. Púrusha, Sócrates, Jesús y el Báb son la víctima propiciatoria de la medida.

Mística y matemática declaran el verbo de *Isaías*:

“...mirad a la piedra de donde fuisteis cortados, y a la caverna de la fosa de donde fuisteis arrancados”¹³.

¹³ *Isaías* 51, 1

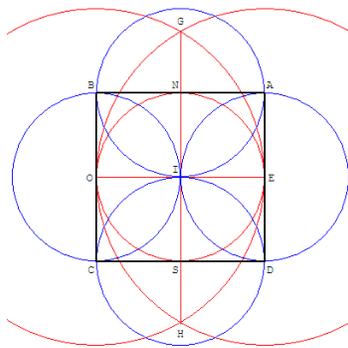
La piedra del altar, núcleo y módulo del templo, es bajo formas simbólicas análogas un elemento clave en las concepciones métricas tradicionales; Mitra, saliendo de la piedra, y Vishnú, surgiendo del pilar, realizan la misma acción arquetípica.



Mitra surgiendo del seno de la piedra Vishnú surgiendo del pilar

La Vesica

Los *Sulbasutras* describen un trazado fundamental en la edificación de templos y ciudades, construido mediante dos círculos de igual radio que se interceptan de modo que cada uno tiene su centro en la circunferencia del otro. Este esquema, conocido como *Vesica*, representa una métrica del tiempo y del espacio arquetípico que, sostengo, es central en la concepción platónica.



Vesica -Sulbasutra, según Marie-Noëlle Racine

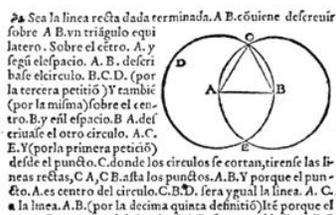
La formulación matemática griega más antigua de la vesica que ha llegado hasta nosotros, pertenece a un discípulo de Platón, Euclides; el geómetra realiza la construcción de polígonos regulares con regla y compás, procedimiento que equivale a dividir la circunferencia en un número igual

de partes; el más elemental de los trazados, analizado en la *Primera Proposición del Primer Libro de los Elementos*, *Construir un triángulo equilátero sobre una recta finita dada*, es la vesica.

LIBRO PRIMERO DE
LOS ELEMENTOS
GEOMETRICOS DE EUCLIDES
philosopho Megarense.

Problema primero, proposition primera,

Sobre vna línea recta dada terminada hazer vn triangulo equilatero.



Libro primero de Los Elementos de Euclides – Proposición Primera

Aunque no mencionado explícitamente por Platón, este trazado, tácito entre los vértices sucesivos de todo polígono regular, constituye la clave geométrica de su metafísica.

Es posible que el componente místico del platonismo vele la descripción de esta estructura; consideremos la frase del largo discurso de Sócrates en el Fedro:

“(…) éramos entonces iniciados en el que es lícito llamar el más bienaventurado de los misterios, que celebramos íntegros (...) Integras también, y simples, y serenas y felices eran las visiones que en el último grado de nuestra iniciación contemplábamos en su puro resplandor (...)”¹⁴

Sostengo que el filósofo formula la estructura vesical ocultando datos que permitan a los profanos identificarla. En distintos párrafos del Timeo parece asomar su silueta.

La forma tripartita de la Vesica, semejante a un diagrama de Venn, es quizá aludida en el enigmático párrafo del Timeo:

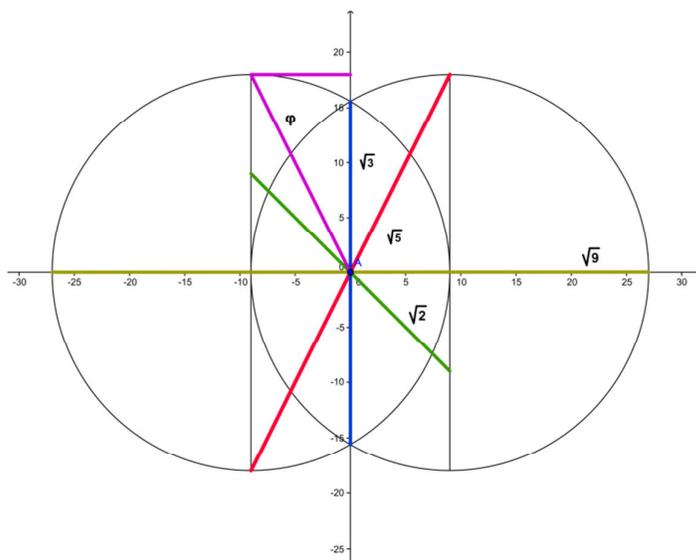
“De la esencia indivisible y siempre la misma y de la esencia divisible y corporal, Dios formó, combinándolas, una tercera especie intermedia, la cual participa a la vez de la naturaleza de lo mismo y de la de lo otro, y se

¹⁴ Platón, *El Banquete, Fedón, Fedro*, pago. 321, Ed Hyspamérica, 1984, Argentina.

encuentra así colocada a igual distancia de la esencia indivisible y de la esencia corporal y divisible”¹⁵.

La vesica tiene la propiedad de vincular las raíces cuadradas de los números 2, 3, 5 y 9, y el número áureo:

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1'6180339887\dots$$



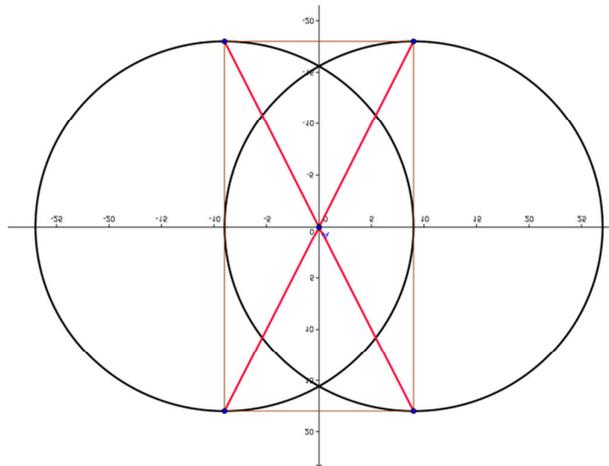
Raíces cuadradas de 2, 3, 5, 9 y número áureo

Otro texto, que parece también vincularse con la vesica, es el que describe el procedimiento de “decusacion”, así denominado por su semejanza con la letra latina X:

“Ahora bien, toda esta composición el Dios la cortó en dos en su sentido longitudinal, y, habiendo cruzado una sobre otra las dos mitades, haciendo coincidir sus puntos medios, como una X, las curvó para unir las en círculo, uniendo entre sí los extremos de cada una, en el punto opuesto al de su intersección”¹⁶.

¹⁵ Platón, *Timeo*, pág. 771, Ed Omeba 1967 Argentina

¹⁶ Platón, *Timeo*, pág. 773, Ed Omeba 1967 Argentina



Vesica y Cruz decusada

Los dos párrafos citados del Timeo son analizados por C. G. Jung y relacionados tanto con la concepción trinitaria cristiana, como con el plano de una ciudad con calles cruzadas, motivos ambos asociados con la vesica. Escribe sobre el primero de ellos:

“Una X en un círculo significaba, para los egipcios, el alma del mundo, según Porfirio. De hecho éste es el jeroglífico de ciudad. Sospecho que Platón intentaba ya aquí poner de manifiesto aquella estructura de Mandala que después aparece en el Critias como capital de la Atlántida”¹⁷

Sir Thomas Browne (1605-1682) considera este esquema como el fundamento de una métrica universal que revela la providencia divina, el orden y propósito del mundo; y lo identifica tanto en jardines y huertos, como en las escamas de los peces y la piel humana. Representa para él, la forma del jardín del paraíso y el modelo seguido por Noé en la disposición de sus viñas, y por Ciro en sus jardines y en el orden de sus ejércitos. Browne, intuyendo, posiblemente, la estructura decusada del cerebro, fue el primero en sugerir que cada uno de sus hemisferios podría regir funciones distintas de la conducta.

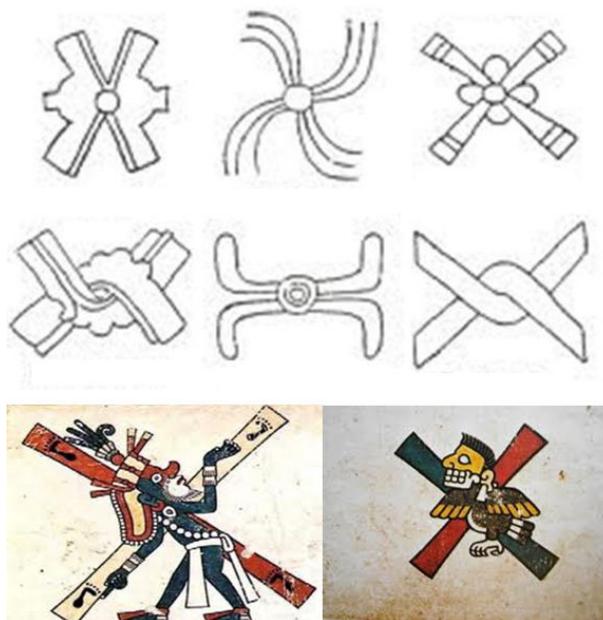
Bahá'u'lláh parece aludir al Timeo y al acto de decusacion en su relato del proceso de creación divina:

“Sabed que Dios, alabado y glorificado sea, tomó una línea, la dividió longitudinalmente en dos, y rotando una sobre otra, hizo de ellas el

¹⁷ C.G. Jung, *Simbología del espíritu*, pág. 244, Fondo de Cultura Económica. 1962 México

universo. La línea, sin embargo, es formada sólo desde el punto cuando lo mueve. Conceived, pues, nuestro significado”¹⁸.

El procedimiento de decusación aparece en diferentes cosmologías tradicionales. Distintos códigos muestran su presencia en las culturas mesoamericanas.



Decusaciones – Códices Americanos

Métrica y pensamiento suponen un proceso de división, de distinción entre partes relacionadas. El círculo, emblema de la totalidad, es el campo simbólico en que las particiones se realizan, el lugar del Logos.

Los procedimientos de Antiphon y Arquímedes, basados en la construcción de polígonos inscritos en el círculo que, duplicando sucesivamente el número de lados, aproximan sus áreas a la de este, obedecen al mismo anhelo métrico: el hallazgo de un patrón invariante.

La vesica, como ya mencionamos, virtualmente presente entre los vértices sucesivos de todo polígono regular, supone en el límite del proceso de división de polígonos inscritos en el círculo, un punto del mismo. Puede, por tanto, ser pensada como la medida mínima en el borde de su extinción, o bien, en el ápice de su aparición. Esta cualidad “atómica” la convierte en

¹⁸ Tabla sin publicar, traducción al inglés con carácter provisional de Keven Brown.

el componente métrico fundamental de la metafísica geométrica platónica: el módulo.

Relacionado con las nociones de magnitud, norma y distancia, el módulo no representa sólo el reino en que número y forma enlazan, sino también el invariante común entre pensamiento y medida; está ya presente aquí el moderno vínculo entre lógica y matemática planteado por Frege y Russell.

El *Timeo*, explica la estructura concéntrica del mundo arquetípico y de las esferas celestes que lo copian según 7 números que pertenecen a dos progresiones geométricas que tienen la unidad por primer término común; una cuya razón es 2 (1, 2, 4, 8) y otra de razón igual a 3 (1, 3, 9, 27). Dice el texto platónico:

*“Del todo separó primero una parte; después una segunda parte, doble de la primera; una tercera, equivalente a vez y media la segunda y tres veces la primera; una cuarta, doble de la segunda; una quinta, triple de la tercera; una sexta, óctuplo de la primera, una séptima, equivalente veintisiete veces la primera.”*¹⁹

El texto continúa explicando cómo, tras dividir el todo en siete partes, se rellenan los intervalos dobles y triples, de manera que en cada intervalo hubiese dos términos medios. Surgen luego en estos últimos intervalos otros nuevos de $1\frac{1}{2}$, de $1\frac{1}{3}$ y de $1\frac{1}{8}$.

Tanto los comentadores antiguos como modernos han, inútilmente, intentado una explicación estructural de los siete números y las dos progresiones. Algunos, como Stalbaum, han tratado de reducir los cuatro términos de cada progresión a una simple metáfora sobre los cuatro grados que debe recorrer el ser para alcanzar la plenitud; otros, tratando de evitar los números fraccionarios han seguido a Locres, utilizando el 384 como primer número en lugar de la unidad.

No ha faltado entre los modernos especialistas, quien atribuya la serie numérica a una ironía o broma de Platón. No creo que “el divino” tuviera intención de divertirse en un punto tan fundamental de su teoría y, menos aún, a costa de algún futuro académico.

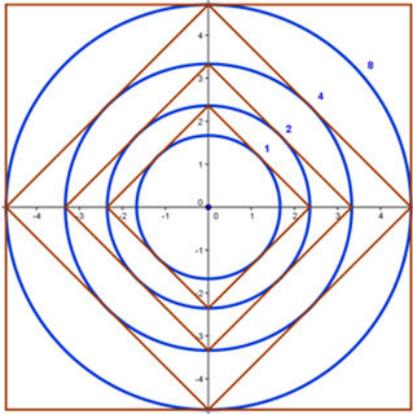
Sea como fuere, las dos progresiones numéricas utilizadas por el demiurgo constituyen un sistema de duplicaciones y triplicaciones que puede vincularse con la mítica vesica.

Es tal vez significativo que las series modulares más usuales en el diseño arquitectónico²⁰ se han basado, sin pensar en Platón, en las progresiones

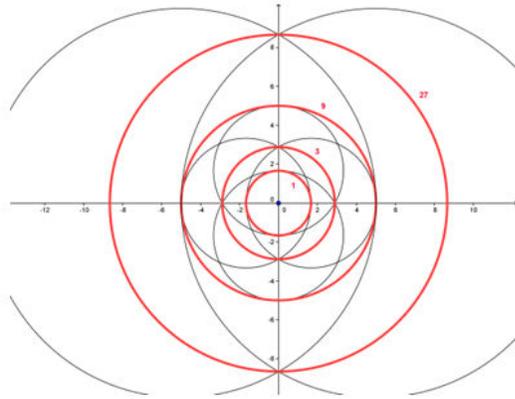
¹⁹ Platón, *Timeo*, pág. 771-772, Ed. Omeba, 1967, Argentina.

²⁰ Según la European Productivity Agency y la British Building Research Station

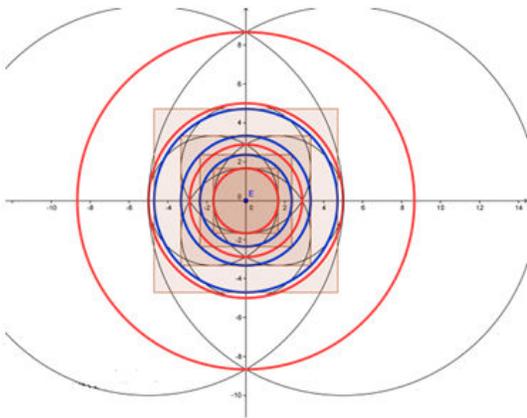
geométricas: a) 1, 2, 4, 8,... b) 1, 3, 9, 27,... o en sucesiones mixtas de las mismas.



Serie platónica 1, 2, 4, 8



Serie platónica en vesica 1, 3, 9, 27



Vesica y sistema del Timeo- series enlazadas

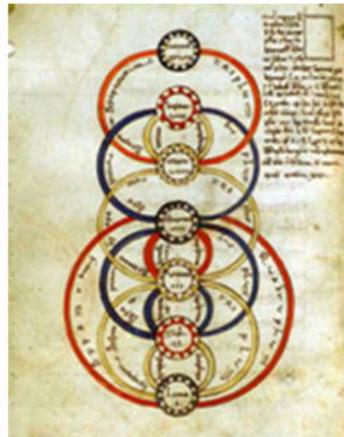


Ilustración del "Timeo"- Oxford Bordleian Library

Sostengo que Platón describe con sus series numéricas el mismo sistema de carácter sacro utilizado, tanto en oriente como en occidente, en la delimitación del espacio y el tiempo en templos y ciudades.

La vesica constituye, según diversos estudiosos, la base del procedimiento ritual de orientación que une la forma del templo, o la ciudad, a la del universo. Vitruvio refiere un ritual semejante empleado por los romanos para establecer el *cardo* y el *decumanus* en la fundación de sus ciudades. Adrián Snodgrass sostiene que la técnica descrita por Vitruvio, es similar al método de los mencionados Sulbasutras y a los utilizados en China;

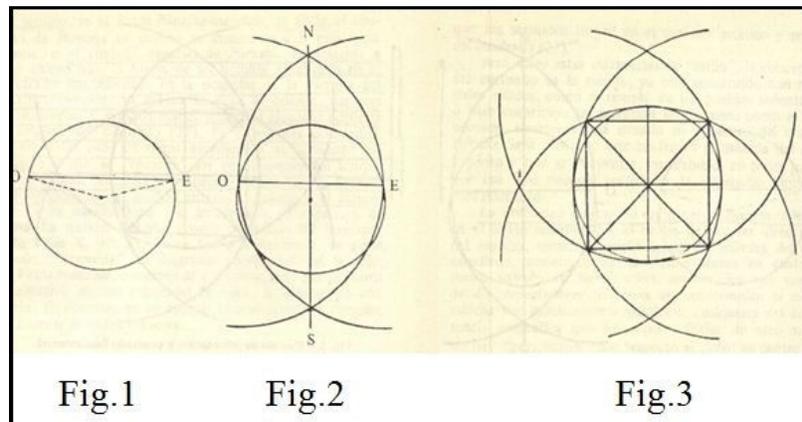
señala, además, la presencia de la vesica en la estructura de la estupa hindú²¹.

Según Titus Burckardt:

“Este rito de orientación tiene alcance universal. Sabemos que fue practicado en las civilizaciones más diversas: antiguos libros chinos lo mencionan (...) numerosos indicios permiten suponer que el mismo mecanismo fue utilizado por los constructores de la Europa medieval (...).

En el lugar destinado a la construcción del templo, se erige un pilar y en torno a él se traza un círculo utilizándolo a modo de gnomon: la sombra del pilar proyectada sobre el círculo lo indica en las posiciones extremas de la mañana y del anochecer, dos puntos unidos por el eje este-oeste (figs. 1 y 2). Alrededor de estos mismos puntos se traza luego – con ayuda de un compás hecho de una cuerda- círculos gemelos que se entrecortan en forma de “pez”, determinando así el eje norte-sur.

Otros círculos – centrados sobre cuatro puntos de los obtenidos – permiten fijar en sus intersecciones los cuatro ángulos de un cuadrado; éste se presenta así como la cuadratura del ciclo solar, del cual el círculo del gnomon es la imagen directa (fig. 3)”²².



Círculo de orientación y cuadrado fundamental

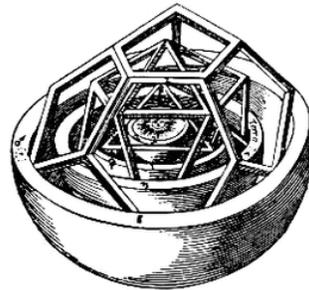
²¹ Snodgrass, A. *The Symbolism of the Stupa* 1985, Architecture, Time and Eternity, (Satapitaka Series, No. 356–7, two vols.) 1988

²² Titus Burckhardt, *Principios y Métodos del Arte Sagrado*, Pág. 16-18, ediciones Lidiun ,Buenos Aires , 1982

De acuerdo con su métrica de duplicaciones y triplicaciones, Platón atribuye simbólicamente a los planetas números de orden; según Albert Rivaud, la correspondencia es:

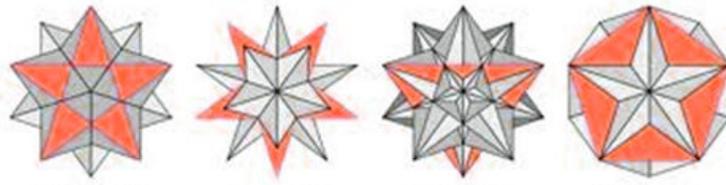
- 1 = Luna
- 2 = Mercurio
- 3 = Venus
- 4 = Sol
- 8 = Marte
- 9 = Júpiter
- 27 = Saturno

Kepler intenta, en su primera y fallida teoría cosmológica, verificar basándose en los sólidos platónicos, una estructura de esta naturaleza. Vincula la órbita de Saturno al cubo, la de Júpiter al tetraedro, entre Marte y la Tierra sitúa el dodecaedro, entre esta y Venus ubica el icosaedro y, finalmente, da al octaedro su función en Mercurio. En el centro rige el Sol. Si bien el sistema planetario no cumple con las expectativas del filósofo griego y del astrónomo alemán, es posible que sus intuiciones sean válidas en un nivel ontológico distinto.



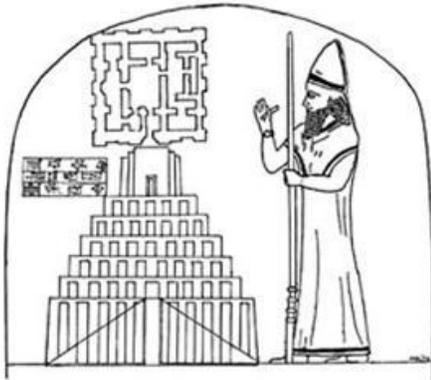
Kepler – Teoría cosmológica y sólidos platónicos

Kepler realiza además estudios sistemáticos de los poliedros redescubriendo los de Arquímedes y definiendo los denominados sólidos de Kepler - Poincaré, dodecaedros estrellados, compuestos de dodecaedros "ocultos" de caras pentagonales, que tienen la apariencia de estrellas estilizadas.



Sólidos Kepler - Poincaré

Los 7 círculos del Tímeo tienen su equivalencia simbólica, bajo la forma de niveles y grados, en las divisiones hepáticas del mundo de los sistemas tradicionales. Recordemos los 7 pisos de los Zigurat zoroastrianos, los 7 círculos en torno a la Kaaba y la montaña dantesca, los montes alquímicos y el místico Carmelo de San Juan de la Cruz que tiene su versión moderna en los 7 círculos del Carmelo Bahá'í.



Zigurat de 7 Terrazas



Michelspascher (1616) – 7 niveles de la montaña alquímica



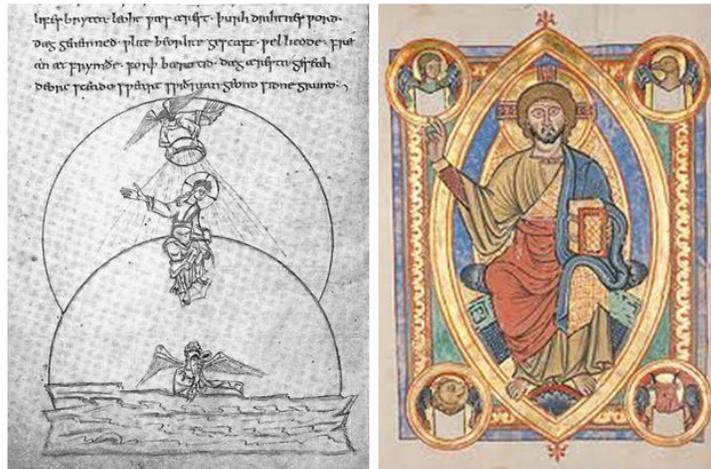
Juan de la Cruz - 7 niveles del Carmelo



Dante -Montaña del purgatorio

Conocido también como *Vesica Piscis* (en latín, vejiga del pez) y *Mandorla* (en italiano, almendra) este elemental trazado, permite en un

único esquema representar tiempo y espacio, y simbolizar el acto cosmogónico.



**Primer día de la Creación, Manuscrito del Caedmon, Génesis, Siglo XI
y Pantocrator, manuscrito ilustrado medieval**

La vesica aparece de modo reiterado en la iconografía religiosa universal. Entre otras formas, es reconocible como “llama del espíritu” que rodea la cabeza o el cuerpo de Cristo, la Virgen o el ser santificado. En ocasiones simboliza dos entidades básicas fundamentales y complementarias: Madre e Hijo, Amado y amada, Profetas o santos hermanados.



Apóstoles Pedro y Andrés

Cristo y María

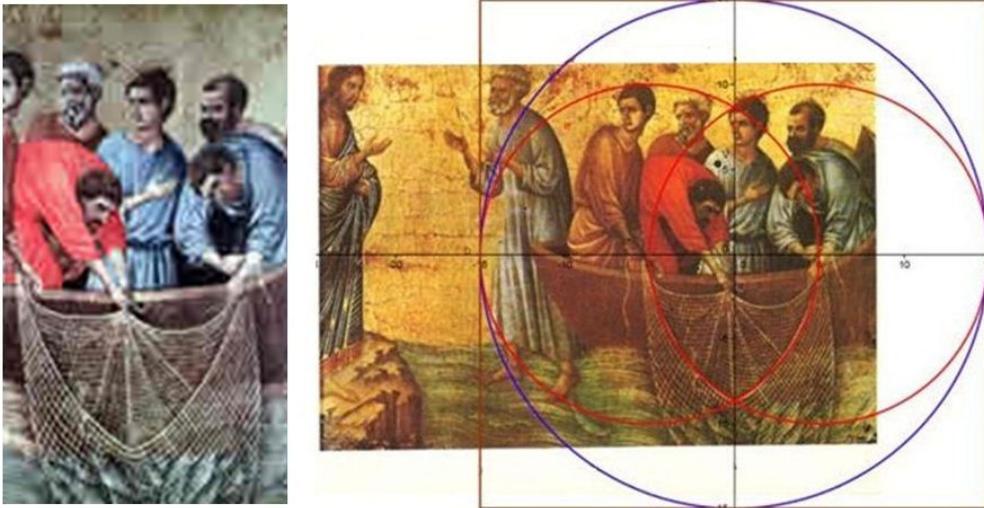
Se la identifica además en numerosos sellos eclesiásticos conteniendo tronos celestiales o imágenes de templos.



Sello de Gonzalo de Vivero y sello escocés

Es considerada símbolo de Cristo y los apóstoles, “*pescadores de hombres*”, y de su Reino: “*el reino de los cielos es semejante a la red, que echada en la mar...*”

En esta parábola el número “triangular” 153 aparece asociado a los símbolos del pez y la red; distintos comentaristas vinculan el enigmático número con la raíz cuadrada de 3, contenida en el espinazo del pez, que tiene una muy buena aproximación (hasta el cuarto decimal) en la fracción $265/153$; mencionada por Arquímedes en su obra *Medida del círculo*.



La pesca milagrosa – Detalle y análisis

La parábola cristiana de la pesca milagrosa tiene un antecedente en la leyenda pitagórica referida por el neoplatónico Porfirio:

“En otra ocasión, poniéndose junto a unos pescadores, en tanto su red arrastraba del fondo un gran copo, predijo la cantidad de peces que estaban recogiendo, precisando el número. Los hombres se comprometieron a hacer lo que se les ordenara si su predicción se cumplía; Pitágoras les pidió, a su vez, que dejaran vivos los peces, después de contarlos con exactitud. Y lo más sorprendente es que ningún pez pereció, al permanecer fuera del agua, durante todo tiempo que duro el recuento en su presencia”²³.

La relación simbólica entre Cristo y la figura del pez tiene su anagrama en la palabra griega *Ichthys*, formada con las primeras letras de “*iesus, christos, theou, uios, scoter*”²⁴. La ilustración reproducida permite ver la palabra asociada con un círculo decusado.



Anagrama del pez

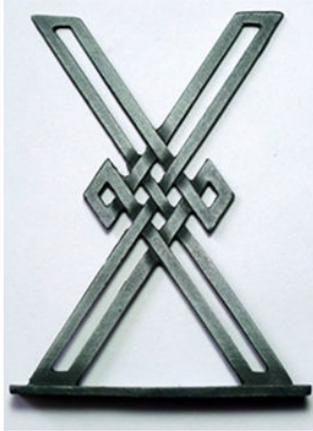
San Andrés, el primero en seguir a Jesús, santo patrono de los pescadores y pescaderos es asociado con la vesica. Su martirio en *crux decussata* ha dado a este esquema el nombre de “Cruz de San Andrés”.

²³ Porfirio, *Vida de Pitágoras*, Pág. 41, Planeta De Agostini

²⁴ Jesucristo, Hijo de Dios y Salvador



San Andrés, cruz y vesica

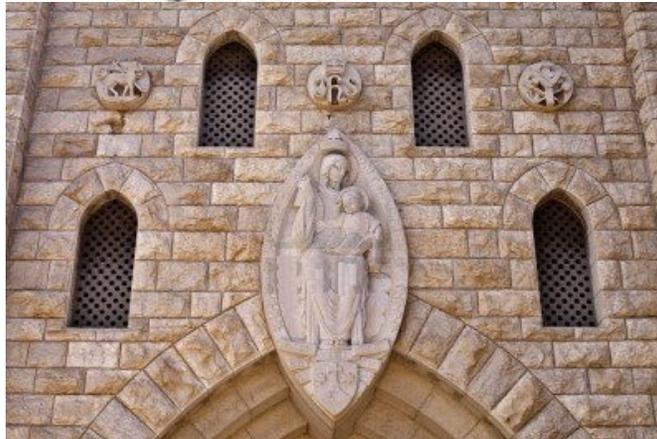
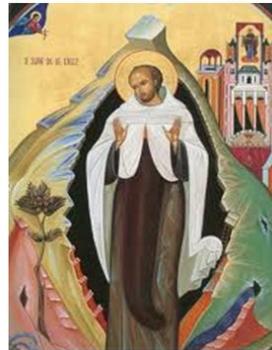


Cruz decussata



Decusacion Maya

El escudo de la iglesia escocesa, de la cual es Patrono, tiene la forma de una vesica en cuyo centro la zarza ardiente sobre el monte es atravesada por la cruz del santo, un diseño semejante aparece en la iconografía sobre San Juan de la Cruz y el Monte Carmelo.



Escudo de la iglesia de Escocia, Juan de la Cruz y el monte Carmelo y Virgen del monte Carmelo

El pez de la vesica pertenece a los denominados “símbolos de paso” utilizados en distintas culturas para representar el pasaje entre dos

mundos, el aparente o terrenal y el real o celestial. Está asociado a los símbolos de “la puerta”, “la nave o el arca”, “el monstruo marino” y “la perla o tesoro” que conforman el mítico viaje del héroe fundacional en los sistemas cosmológicos tradicionales.

La estructura del mito creacional implica la vesica. En lo informe, simbolizado por el elemento acuático y su fauna (pez o dragón), surge el demiurgo, el dador de forma.

El héroe impone al caos la medida, su acción dibuja el arquetipo métrico. El dragón o el pez son pescados, montados o sacrificados en aras de la medida temporal y espacial; la perla o el tesoro obtenidos representan el logos, Punto Primordial que irradia la estructura del universo.

El Pontífice, título cuyo significado es puente, símbolo de paso, ostenta una mitra con forma de pez con boca abierta, representación del pescador de hombres y del pescado por Cristo. “*Yo soy la Puerta*” declara Jesús y el Papa tiene como emblema las llaves decusadas de la puerta celeste, con la cual está asociada la forma de cerradura de la Plaza de San Pedro; la Plaza de la Kaaba, puerta del cielo islámico, guarda igual simbolismo. En el sistema del Carmelo, el sepulcro del Báb, nombre que significa “La Puerta”, constituye el centro.



Cerradura - Plaza de San Pedro



Cerradura – La Meca

Oanes el mítico civilizador de los sumerios, maestro de sus ciencias y artes, entre estas la geometría y la arquitectura, tiene también como emblema el pez que, similar a la mitra papal, luce en su cabeza.



Oanes y Mitra del Pescador

La simbólica del pez reúne una monstruosa fauna acuática conformada por la ballena, el leviatán, la serpiente marina y el dragón que se enlazan estructuralmente con el motivo del arca o nave.

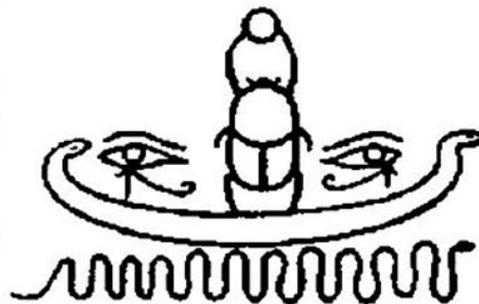
El Libro egipcio de los Muertos, por ejemplo, describe la nave funeral navegando sobre el torso de la serpiente Apepi.

El hinduismo presenta con Matsya (“pez” en sánscrito), encarnación de Vishnú, un mito semejante a los del diluvio universal sumerio y bíblico. El pez Matsya arrastra la nave que contiene los animales que repoblarán la tierra tras las aguas del diluvio.

Según Jean Chevalier: “Cristo es el pez que guía el arca eclesial, así como matsya-avatarta guía el arca de Manu”²⁵ y Schneider menciona que el pez es el barco místico de la vida, ya ballena o ave, pez volador o normal.



Vishnú, el pez y la barca



Barca navegando sobre la serpiente Apepi

²⁵ Jean Chevalier –Alain Gheerbrant, *Diccionario de Símbolos*, Pág. 824, Ed. Herder, Barcelona, 1999



Arca de Noé y Pez- Leviatán



Marduc y el leviatán



Dragón barca chino



Cuchillo de sacrificio como dragón y barca

En la tradición egipcia, el pez que traga los restos de Osiris, es decir, oficia el pasaje, tiene su representación en el sarcófago pisciforme. El pez del profeta Jonás, prefigura de Cristo, muestra similares características, la boca del monstruo sirve de puerta a otra realidad. El pez oficia como nave y puerta simultáneamente. Cristo y Osiris tienen en ambos símbolos su emblema.

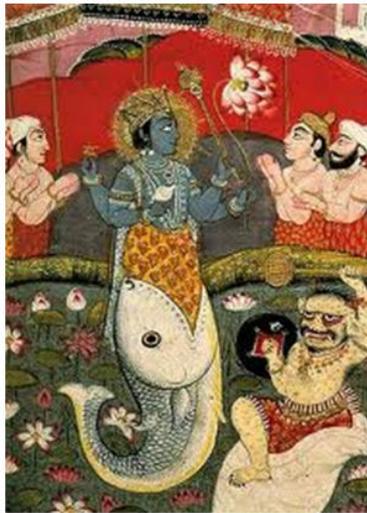


Pez egipcio devorador de Osiris

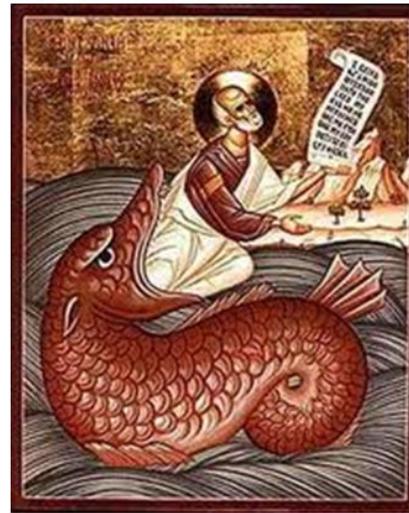


Pez sarcófago de Osiris

El tragado por el pez, comúnmente representado con la media parte superior del cuerpo saliendo de la boca del animal, señala la dualidad del mito. Así, Quetzalcóatl que pesca al dragón es también “la serpiente emplumada”; el emperador chino es simbolizado por el monstruo que somete; Pitágoras debe su nombre a la serpiente pitón; Cristo el pescador, es el pez.



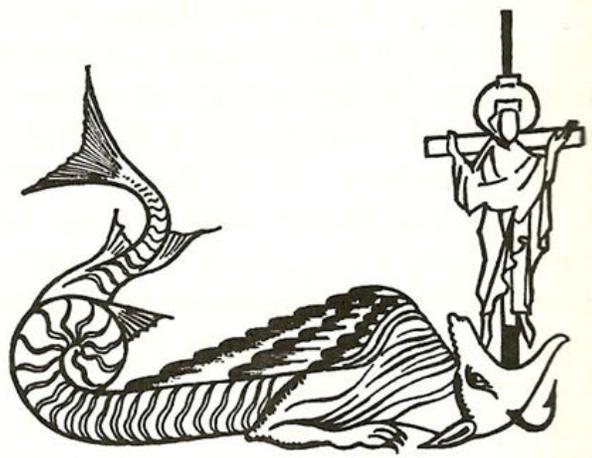
Vishnú en la boca del Pez



Jonás en la boca del pez



Quetzalcóatl en la boca del dragón



Cristo en la boca del dragón – Miniatura del siglo XII



Jasón en la boca del dragón

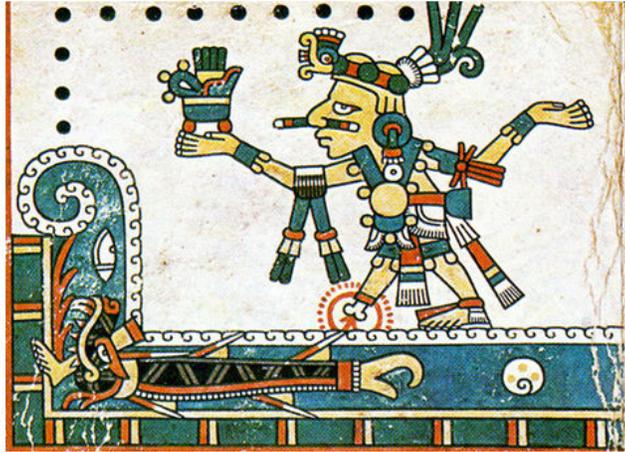


San Doménico cubierto de serpientes

Héroe y monstruo conforman la dupla que cíclicamente origina y finaliza el mundo, su contienda establece el Alfa y el Omega, la medida arquetípica. Desde esta perspectiva, el dios nórdico Thor, pescando a la serpiente de Midgard, responde a la misma estructura que el americano Quetzalcóatl, pescando en el océano primigenio al dragón Cipactli.



Thor pescando al dragón



Quetzalcóatl pescando al dragón

La palabra dragón tiene su raíz etimológica en el verbo griego: mirar (fijar la mirada); la serpiente Gorgona paraliza con su mirada, su matador es aquel que refleja simétricamente su visión, el tesoro oculto es el logos. El mito nace de una experiencia métrica, implica una visión de la medida.

En el centro del célebre calendario Azteca, el dios Tláloc muestra un pez como lengua, animal que equivale al cuchillo sacrificial y, como antes ilustramos, a la barca sobre las aguas primordiales. El pez-lengua del dios americano tiene al igual que el pez eucarístico relación con el sacrificio que funda el tiempo y el espacio sagrado. El comienzo y el fin penden de la boca divina, la lengua saliente de la Gorgona griega o la de la Kali india guardan el mismo símbolo.



Tláloc con lengua de pez



Diosa Kali



Gorgona



Cuchillos del sacrificio, vaso sacrificial y pez-lengua

El sometimiento del dragón equivale al cosmos, el héroe funda con su acción el orden. El emperador chino y el *halach uinic* maya cumplen, sobre su trono draconiano, igual función.

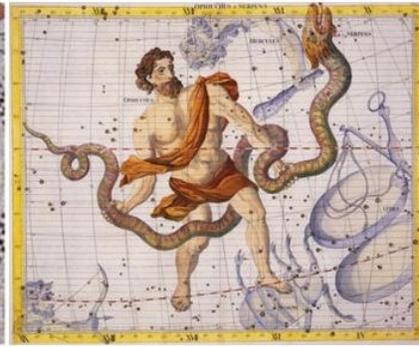


Halach uinic y su trono de dragón Emperador chino y su trono de dragón

Apolo a lomos del delfín, Chi Wara; héroe bambara, montando la cobra; Krishna y Buda sobre su bestia; son equivalentes. El monstruo es la montura que permite alcanzar el reino de la medida.



Apolo montado el dragón



Asclepios montando la serpiente



Chi Wara montando a la serpiente (Bambara)



Buda montando el dragón



La Virgen, el niño y el dragón



Krishna montado en el dragón

El Renacimiento, interesado en la concepción de la medida ideal, concede al dragón un importante lugar en su iconografía. Uccello, Carpaccio, Donatello, Miguel Ángel y Rafael de Sanzio, entre otros, ilustran el tema del monstruo y su matador; pero es Leonardo quien profundiza en él. Sus dibujos de dragones parecen bocetos tomados de un modelo vivo.

El vínculo entre las fuerzas de la naturaleza y las del intelecto, los procesos de transformación y destrucción de las formas, están en Leonardo simbolizados por el monstruo. El mito del héroe aparece en toda su riqueza en el relato de la ballena; el artista, penetrando en una caverna, hace las veces de un platónico Jonás:

“(...) ansioso de ver un gran número de variadas y extrañas formas que va formando la naturaleza, después de vagar entre colgantes rocas, entré en una gran caverna (...) Estando allí, de repente surgieron dos sentimientos: uno de deseo y otro de miedo. Miedo ante la amenazante cueva, y deseo de descubrir dentro verdaderas maravillas. ¡Oh! , poderoso y viviente instrumento de la naturaleza en ciernes, no sirviéndote tu arrolladora fuerza, necesitas abandonar tu vida tranquila para obedecer la ley que Dios y el tiempo han dado a tu poder creador. No sirviéndote las bifurcadas aletas con que persigues tu presa, tú estás acostumbrada a abrir tu propio camino haciéndote paso entre las salobres olas con tu propio seno. (...) ¡Oh!, tiempo, consumidor de las cosas, que transformándolas en ti mismo das a los seres vivientes nuevas y diferentes moradas.

¡Oh! Tiempo, que despojas con violencia los seres de la creación, cuántos reyes y pueblos has destruido, cuántos cambios de estado y condición se han dado desde que la sorprendente forma de este pez murió en su lugar ensortijado y recóndito.”²⁶

²⁶ Leonardo da Vinci, *Cuaderno de notas*, Pág. 171, Ediciones Felmar, España, 1975.



Leonardo da Vinci - Dragones

La estructura vesical del mito cosmológico es asociada en diversos pueblos con formas propias del desarrollo biológico humano. El devoramiento del héroe por el monstruo marino es simbolizado como un *regressus ad uterum*, un retorno a la matriz de las aguas prenatales. La victoriosa salida del vientre del animal, representado también como vagina dentada o gruta, equivale a una nueva creación.

Esta estructura adopta entre los hindúes significado erótico-religioso representando el sexo femenino, “puerta de la vida”²⁷. Entre los griegos, los símbolos del pez y el útero se enlazan en “Delphos” (que significaba “matriz”), centro ritual y lugar de paso por excelencia. *Delfine* era el nombre del dragón, custodio del oráculo, que tras la llegada de Apolo recibe el nombre de Pitón; se trata de dos fases sucesivas de la misma leyenda.

De modo semejante, en la mitología egipcia, el pez que traga los restos de Osiris es asociado con la vulva de Isis. Entre los bambara, el pez es también vinculado con la vulva.

²⁷ Diosa, representada por la vulva estilizada, templo Hindú, Madhya Pradesh, siglo XII

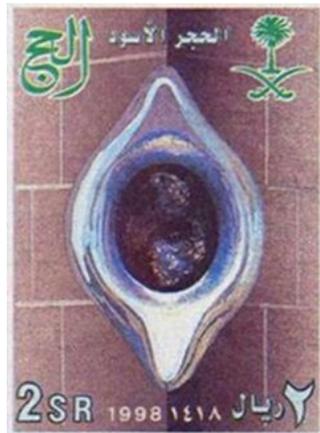
Una representación de la vesica en la simbología islámica, asociada al motivo del pasaje entre mundos y al útero, es el recipiente de la Kaaba que guarda las veneradas piedras celestes.



Vesica como Yoni Puja



Pez como útero



Vesica de la Kaaba



Vulva por Leonardo

El pez no es sólo montura de los inmortales para elevarse al mundo arquetípico, a menudo guarda en su vientre mensajes, monedas o joyas.

El relato evangélico en que Cristo envía a Pedro por la moneda del tributo, sigue esta estructura:

“vete al lago y echa el anzuelo. Saca el primer pez que pique; ábrele la boca y encontrarás una moneda”. (Mateo 17:27).

El motivo del pez como cofre de la joya o mensaje divino, está emparentado con el de la perla preciosa, símbolo tanto budista, como cristiano, musulmán y bahá'í.

El hô, mitológico pez-dragón chino, muestra en su boca una perla, joya que es considerada como una “Puerta” que conduce al Buda.

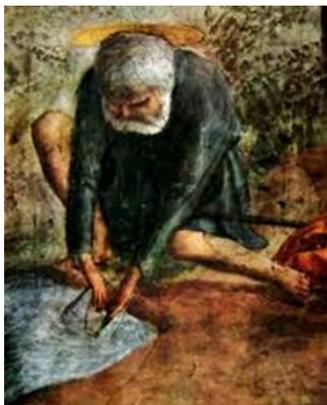
El emperador arranca la perla al dragón y obtiene de ella su poder, de allí la sentencia, citada por Mao Tse Tung: *“La perla del dragón no se discute”*.

La simbología de la perla esta necesariamente ligada a la de su continente, la concha marina. Según la leyenda china las conchas que reciben en su seno el trueno conciben perlas , razon por la estas son denominadas *“bola del trueno”*. Similar imagen aparece en el cristianismo; San Juan Damasceno (siglo VII) habla del rayo divino que desciende del cielo y se aloja en la concha, en María, madre del Señor, y de ella nace la perla muy preciada.

El *Physiologus*, escrito paleocristiano, cuenta que existe una concha en el mar, sus dos valvas equivalen al Antiguo y Nuevo Testamento, y la perla que contiene a Jesucristo.

En la iconografía India, el dios Vishnú muestra una concha, donde está guardado el germen primigenio que es la Manifestación del Verbo Divino en los tres mundos.

En el Sutra del Loto, Buda relata la parábola de un hombre pobre que ignora su tesoro, una perla preciosa escondida dentro de su ropa.



El tributo de la moneda (Masaccio)



Pez de San Pedro (Zeus Faber)



Hô , pez dragón

El monje chino Gensha (siglo IX) describe el universo como *“una perla brillante”*. El maestro Dogen (siglo XIII) relata que Gensha, que gustaba mucho de la pesca, atrapó al pez dorado, el satori. El océano, según este monje Zen japonés, tiene virtudes inagotables: *“para los peces es como un palacio y para los dioses es como un collar de perlas”*; Dogen dice también: *“Una perla brillante es el nombre del universo”*.

La parábola evangélica compara la perla con el Reino de Dios, y el libro del Apocalipsis describe las puertas de la Jerusalén Celeste como perlas:

“Las doce puertas eran doce perlas; cada una de las puertas era una perla” (Apocalipsis 21:9-27)

El *Himno de la perla*, de los *Hechos de Tomás*, apócrifo neo testamentario compuesto entre los siglos II y IV, vincula claramente el motivo del héroe, el dragón y la perla:

“Si descendes a Egipto y te apoderas de la perla única, que se encuentra en el fondo del mar, en la morada de la serpiente que hace espuma...”

Este libro gnóstico, alude también a la perla como la Manifestación de Dios en el cosmos.



Buda y la perla



Vishnú y la concha



El cordero (Cristo) y la concha Mezquita - Mihrab en forma de concha

La perla tiene, según Chevalier, un valor simbólico particularmente rico en Persia. En la cosmología de los Ahl-i Haqq: *“Al comienzo no hay, en la existencia, ninguna criatura más que la Verdad Suprema. Su morada está en la perla y su esencia esta oculta.”*

Los grandes poetas místicos persas han empleado el símbolo de la perla; Rumi identifica a la perla con el Profeta; Saadi menciona la gota de lluvia, semilla del cielo, que se transforma en perla; Hafez habla de la perla que la concha del tiempo y el espacio no puede contener.

Símbolo de revelación y de saber, la perla es asociada con el conocimiento de la divinidad. Attār simboliza el anhelo místico de *“convertirse en perla”*; *“Ser una perla”* es estar eximido de dualidad, ser Uno, ser el espejo de los nombres y atributos divinos, reflejar el mundo arquetípico.

El sistema del Carmelo está claramente vinculado al motivo de la perla. Shoghi Effendi, “El Guardián”, diseñador del sistema, llama al Mausoleo del Báb: *“la concha que contiene la perla”*.

La joya también aparece en el diseño triangular que decora la cúpula del santuario, como en el cilindro que la sostiene. El triángulo equilátero, que a modo de valva, contiene en su centro la perla, no es meramente ornamental, cifra la estructura del edificio.

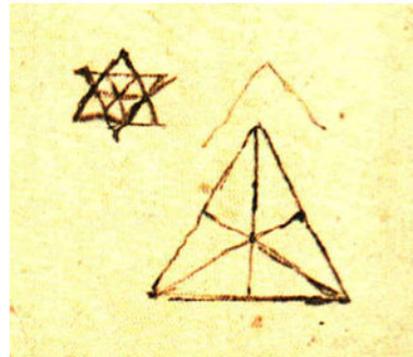
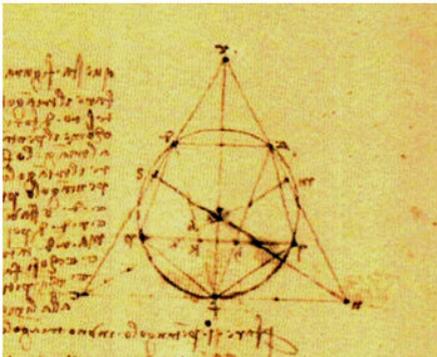
Idéntico triángulo equilátero, dividido por sus mediatrices en seis triángulos rectángulos iguales, es elegido por Platón como la estructura fundamental de su concepción de la materia. Este triángulo aparece reiteradamente en *El Códice Atlántico* de Leonardo Da Vinci, en teselaciones, rotaciones y traslaciones que, intuitivamente, anticipan la moderna Teoría Algebraica de Grupos



El dragón y la perla



Santuario del Báb - Triángulo de la perla



Triángulos Platónicos, Códice Atlántico de Leonardo da Vinci

El Bhágavad-Gitâ dice:

“En Mí todas las cosas están ensartadas como una hilera de perlas en un hilo”

Esta última cita es significativa, si consideramos que tanto las 18 perlas de la cúpula, como las 144 (cifra de la Jerusalén Celeste) del cilindro que la sostiene, están virtualmente enlazadas conformando el collar del Bienamado.

Ya se trate del motivo de la Puerta, la Concha o la Perla, la vesica del pez identifica a Buda, Cristo, Mahoma y el Bab instalados en una misma estructura.

En resumen, tanto el esquema de la vesica y la simbología asociada, como lo que denomino metafísica métrica nacen de una experiencia espiritual de carácter universal, de la que Platón no es más, ni menos, que el eximio expositor filosófico. La metafísica métrica de los Dogón africanos o la de los Tarahumaras de Méjico²⁸, por ejemplo, similares a la platónica, nada deben al filósofo griego.

La Proporción Áurea

Estrechamente relacionada con la vesica está la Sección Áurea, proporción que corresponde a la división más simple de una magnitud en dos partes desiguales.

Si bien no hay en los textos de Platón referencia clara a esta proporción, se le atribuye tradicionalmente el uso de la misma. Antiguos y modernos estudiosos, no sin contradictores, han interpretado como una confirmación la frase de Proclo:

“Eudoxo...multiplicó el número de teoremas relativos a la sección a los que Platón dio origen”²⁹.

El historiador de la ciencia J. L. Heiberg escribe:

“(...) Eudoxo también se ocupó de la construcción de los cuerpos regulares, tratando sistemáticamente la “sección áurea” necesaria para tal objetivo.”³⁰

²⁸ Según Marcel Griaule y Antonin Artaud, respectivamente.

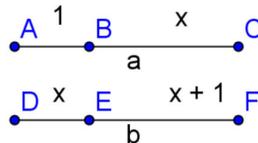
²⁹ Proclus' *Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, Princeton, 1970.

³⁰ J. L. Heiberg, *La ciencia en la antigüedad clásica*, pág. 59, Ed. Ibero-Americana, 1948, Argentina.

Euclides analiza esta relación en varias proposiciones de Los Elementos; menciona el libro VI:

“Se dice que una recta está dividida en media y extrema razón cuando la línea total es a la parte mayor como la parte mayor a la menor”.

O sea, la relación de proporciones que existe entre dos segmentos con una variable a determinar se incluye a continuación en el siguiente dibujo:



Dicha proporción se da en la igualdad $(x+1)/x = x/1$ de la cual luego de despejar el valor de x se obtiene $(1/2) + (\sqrt{5})/2 = \text{Numero áureo}$

Esta relación es denominada divina proporción por Luca Pacioli; *Sección Dorada* por Leonardo y *Sección divina* por Johannes Kepler.

Pacioli que en su tratado *De la Divina Proporción* atribuye a Platón el conocimiento de la misma, dice:

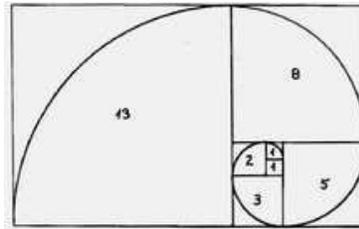
“(…) así como Dios nunca puede cambiar y está todo El en todo y todo en todas partes, de igual modo nuestra proporción es siempre, en toda cantidad continua y discreta, grande o pequeña, la misma y siempre invariable, y de ninguna manera puede cambiar ni de otro modo puede aprehenderla el intelecto(…) así como Dios confiere el Ser a la virtud celeste, por otro nombre llamada quinta esencia, y mediante ella a los otros cuerpos simples –es decir a los cuatro elementos, tierra, agua, aire y fuego - y a través de éstos da el ser a cada una de las otras cosas de la naturaleza, de igual modo figura del cuerpo llamado dodecaedro o, dicho de otro modo, confiere el ser a cada una de las otras cosas en la naturaleza, de la misma manera esta nuestra santa proporción da el ser formal – según el antiguo Platón en su Timeo – al cielo mismo, atribuyéndole la figura del cuerpo llamado dodecaedro o, de otra manera cuerpo de doce pentágonos; el cual no es posible formarlo sin nuestra proporción”³¹.

³¹ Luca Pacioli, *La Divina Proporción*, Ediciones Akal, pág. 41, 1991, España

En su obra *Mysterium Cosmographicum de admirabili proportione orbium caelestium*, afirma Kepler:

“La Geometría tiene dos grandes tesoros: uno de ellos es el teorema de Pitágoras, el otro la división de un segmento en media y extrema razón. El primero lo podemos comparar a una medida de oro, el segundo lo podríamos considerar como una preciosa joya.”

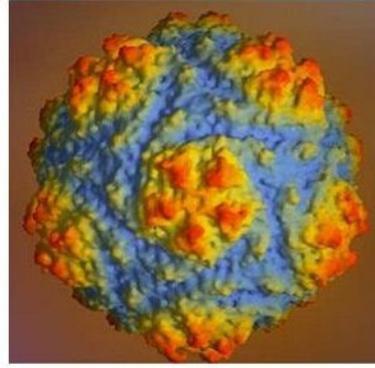
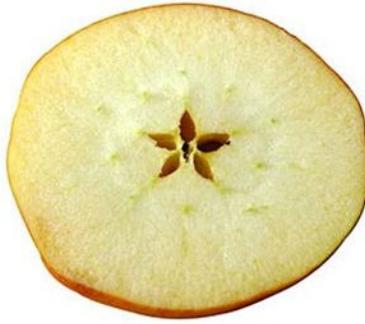
En 1525, Alberto Durero publica *“Instrucción sobre la medida con regla y compás de figuras planas y sólidas”* en la que enseña cómo trazar con regla y compás la espiral áurea que llevará su nombre, espiral de Durero.



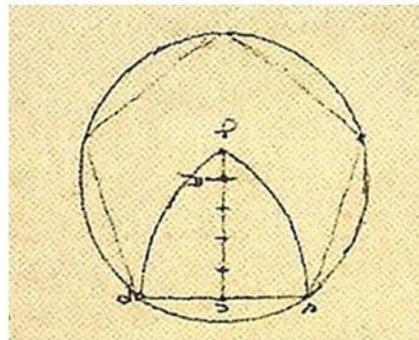
Espiral de Durero

El número de oro y la sección áurea están presentes en los objetos geométricos regulares o semirregulares con simetría pentagonal, o vinculados con la raíz cuadrada de cinco. Está por tanto relacionado con dos sólidos platónicos, el icosaedro y el dodecaedro. Un icosaedro regular inscrito en un octaedro regular divide los ejes en la razón áurea.

El número áureo aparece también vinculado a la morfología de los organismos vivos. Es observable en casos tan diversos como la disposición de los pétalos de las flores, la distribución de las hojas en un tallo, la relación entre las nervaduras de las hojas o entre el grosor de las ramas principales y el del tronco de un árbol. La distancia entre las espirales de una piña y en el desarrollo espiralado del caracol nautilus. Microscópicos virus guardan también relaciones áureas.

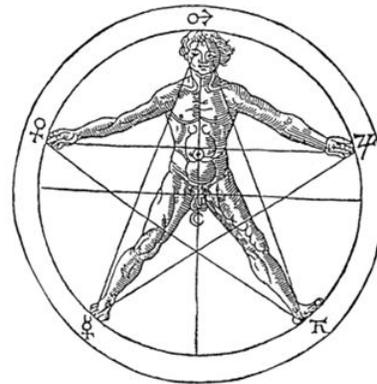
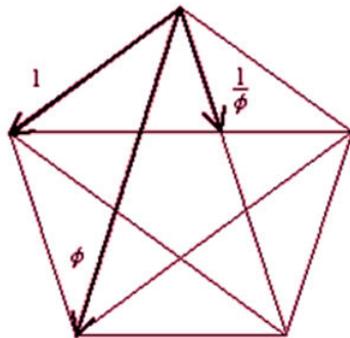


Estrella pentagonal en corte de manzana y Virus



Leonardo - Flor de 5 pétalos y pentágono y vesica

La estrella pentagonal regular, considerada símbolo de la escuela pitagórica y representación del hombre como microcosmos, está vinculada con la relación aurea.



Número áureo y simetría pentagonal

Según diversos teóricos el *número de oro*, o de la *divina proporción*, es clave en la arquitectura y el arte universal; F. M. Lund ha sostenido su importancia en la arquitectura gótica y Hambidge supone su presencia en los trazados de los vasos griegos.

Según Javier Arbonés y Pablo Milrud, aparece en las estructuras formales de determinadas obras de Mozart, Beethoven y Schubert, posiblemente de manera inconsciente, y de modo premeditado en Debussy y Bartók.

El número de oro presenta una serie de características que lo hacen único, está relacionado con el triángulo de Pascal y con la constante de Napier.

Matila Ghyka, su principal estudioso moderno, que analiza sus propiedades aritméticas y algebraicas, sostiene:

*“(...) esta razón aparece desde este punto de vista como un invariante **logístico**, que procede del cálculo de relaciones y clases del que Peano, Bertrand Russell y Couturat han demostrado que se puede deducir toda la matemática pura partiendo del principio de identidad”³².*

Paul Valéry escribe:

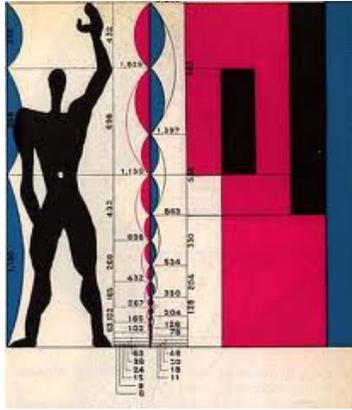
“El equilibrio entre el saber y el poder está hoy roto en partes. El instinto sólo da fragmentos; pero el arte magno debe corresponder al hombre completo. La Divina Proporción es la medida generalizada”³³.

Le Corbusier, padre de la arquitectura moderna, plantea un sistema: el *Modulor*, que utiliza la sección áurea y la sucesión de Fibonacci como invariantes en las innumerables combinaciones armónicas posibles que permiten diseñar los diversos componentes de una obra arquitectónica, una ciudad o un mueble.

Le Corbusier continua la larga tradición de teóricos que como Vitruvio y Da Vinci plantearon una relación matemática entre las proporciones del cuerpo humano y las de la arquitectura. El *Modulor*, representa una antropométrica; un esquema análogo al hombre de Leonardo, que toma como ejes del sistema la medida del hombre con la mano alzada y la línea del ombligo.

26 Matila Ghyka, *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*, pag.31, Ed. Poseidón 1979, Barcelona.

³³ Matila Ghyka, *El número de oro*, pág. 10, Carta de Paul Valéry, Editorial Poseidón, 1968, Argentina.



Modulor

Le Corbusier escribe:

“No se trata obligatoriamente de cálculos, sino de la presencia de una realeza; una ley de infinita resonancia, consonancia, orden. Es tal el rigor, que se alcanza verdaderamente la obra de arte, bien se trate del dibujo de Leonardo, de la asombrosa exactitud del Partenón (...) No existe el azar en la naturaleza. Si hemos entendido lo que es la matemática en el sentido filosófico la descubriremos, desde ahora, en todas sus obras”

En la década de los cincuenta se inicia, según Carmen Bonell, una reivindicación internacional de la norma áurea. En 1951, en la Trienal de Milán, se convoca la Primera Conferencia Internacional sobre la Proporción en el arte bajo el título: *Divina Proporción*. Participaron en ella los más destacados especialistas en el tema, los historiadores Wittkower y Giedion; los arquitectos Nervi, Rogers y Le Corbusier; pintores como Severini y Vantongerloo y matemáticos como Speiser. Puede agregarse que el Santuario del Báb, diseñado por el arquitecto Sutherland Maxwell, y el sistema del Monte Carmelo del cual forma parte, representan el punto culminante de esta reivindicación.

El análisis de la fachada del Santuario muestra relaciones de proporción aurea entre las cornisas divisorias de sus tres secciones fundamentales, las tres coronas sucesivas: Circular, Octogonal y Cuadrada.

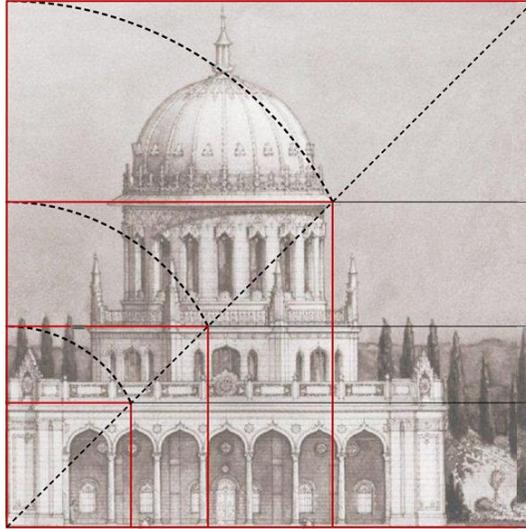
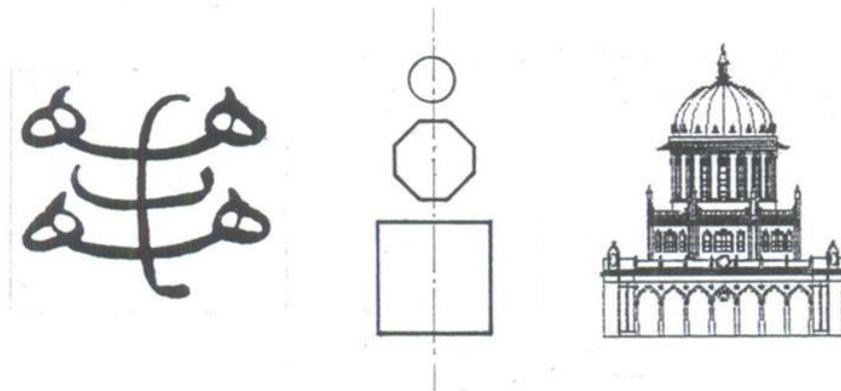


Ilustración del santuario y número áureo

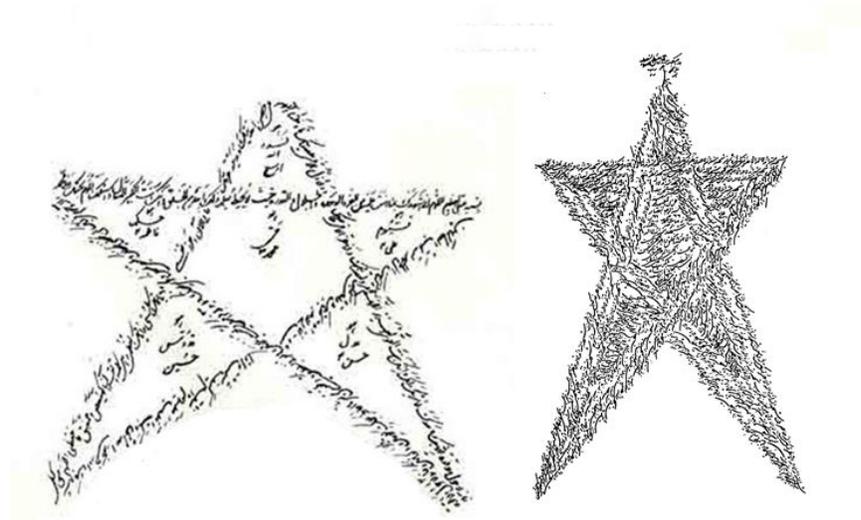
Estas tres coronas corresponden, según nuestro juicio, a la concepción tradicional de la terna de mundos definida por Abdu'l- Bahá y simbolizada en el emblema del Más Gran Nombre, reproducido en las esquinas del edificio:

Los tres mundos están representados en el Santuario de acuerdo con la siguiente ilustración:



Más Gran Nombre y 3 coronas

La estrella pentagonal, presente en múltiples tradiciones que se vinculan al sistema del monte Carmelo, es elegida por el Báb como símbolo de su religión. El número 5 es además emblemático del mismo Báb quien realiza escritos con forma de pentagrama.



Escritos del Báb en forma estrellada

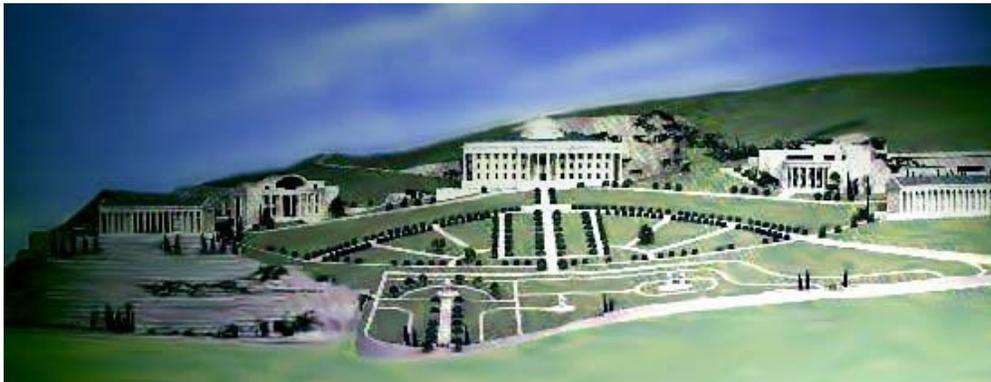
La sumidad del Santuario, es decir, su punto más alto, es el templete de 5 columnas suspendido, exactamente, sobre el sarcófago del Báb. Este templo en miniatura, sintetiza todo el edificio. Su estructura remata en un cono por cuyo vértice pasa el eje de simetría del sistema. Las 5 columnas dispuestas en círculo, determinando arcos de 72° contienen, virtualmente, la estrella de 5 vértices llamada *Haykal*, palabra árabe de origen hebreo *Hek'l*, cuyo significado es “templo” y está referida especialmente al Templo de Salomón.

El *Súriy-i-Haykal*, el Sura del Templo, una de las tablas más desafiantes de Bahá'u'lláh, fue escrita en forma de una estrella de cinco puntas, como símbolo del templo humano.

El templete equivale a la “clave de bóveda” y “piedra angular”, símbolo de Cristo, representa al “ojo” del domo o de la bóveda, también llamado “ojo del mundo” y “puerta solar”, es la “puerta estrecha” del evangelio por la cual se entra al Reino de Dios.

Como luego veremos, el Santuario del Báb tiene relaciones matemáticas precisas con el pentágono estrellado.

Forma además parte del sistema del Carmelo un grupo de cinco edificios, conocido como “Arco”, que simboliza los 5 poderes internos humanos: la facultad común, los poderes de la imaginación, pensamiento, comprensión y memoria.



Arco del Monte Carmelo

El Hombre Áureo y la Cruz

El módulo, clave de la metafísica métrica, tiene en el hombre áureo su metáfora. Tiempo y espacio encarnan en la figura humana ideal un sistema de coordenadas que permite ver lo real, lo invariante. No existe cultura humana sin su hombre áureo y este lleva implícito la cruz. En esta intuición fundamental que el espíritu hace de su propia naturaleza está contenido un sistema de ejes, la geometría analítica de Descartes tiene aquí su origen.

Poincaré llama “grupo de los movimientos” a esta estructura fundamental que describe como:

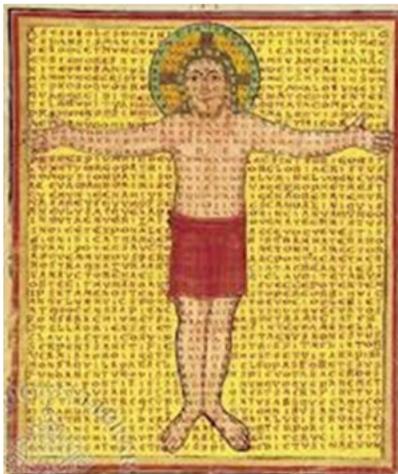
“(...) el sistema de ejes de coordenadas con las cuales relacionamos naturalmente todos los objetos exteriores, es un sistema de ejes invariablemente ligado a nuestro cuerpo y que transportamos a todas partes con nosotros”³⁴.

Piaget basándose en el grupo de los movimientos de Poincaré, desarrollará la epistemología genética.

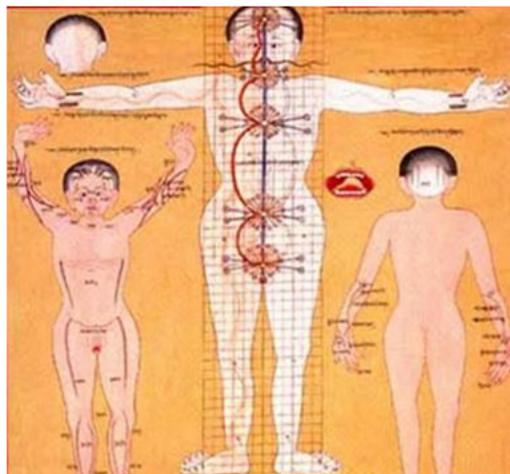
³⁴ Poincaré, Henri, *El Valor de la Ciencia*, Bs.As., Espasa Calpe, 1946, Cap.



Cruces Americanas



Cristo - Rabano Mauro



Hombre en cruz tibetano

El único tratado de arquitectura grecorromana que se conserva, *De Architectura* de Marco Vitruvio Polión, romano del siglo I a.C., obedece a la estructura cruciforme del hombre áureo.

Vitruvio cita y utiliza el método de duplicación del cuadrado del Menón «la diagonal tenga el doble del diámetro de la columna»³⁵ y se refiere a los de duplicación del cubo de Arquitas de Tárenlo y de Eratóstenes de Cirene. El sistema de la vesica, como ya mencionamos, es aludido por el tratadista en el ritual fundacional romano.

Sí el hombre perfecto de Platón es Sócrates, el de Vitruvio, es el Cesar: “numen y mente divina (que) tenía el imperio del orbe de la tierra” según la dedicatoria de su tratado.

³⁵ Vitruvio, *Los diez libros de arquitectura*, IV,1; B. 68

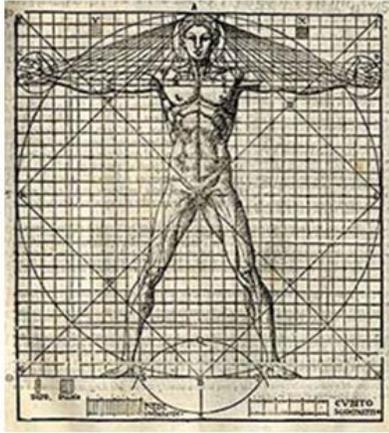


Estatua romana de Cesar Augusto

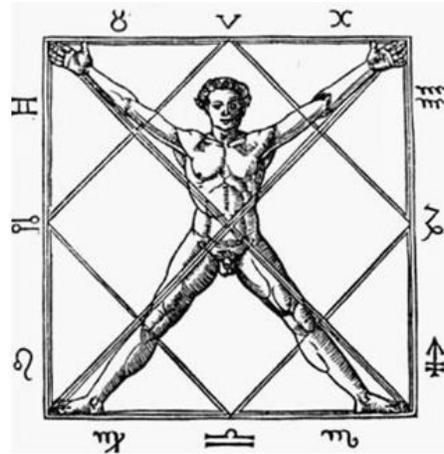
En el libro tercero de su obra el romano define la métrica ideal del hombre, *homo ad circulum* y *homo ad quadratum*:

“Asimismo el centro natural del cuerpo humano es el ombligo, pues tendido el hombre supinamente, y abiertos los brazos y piernas, si se pone un pie del compás en el ombligo, y se forma un círculo con el otro, tocará los extremos de pies y manos. Lo mismo que en un círculo sucederá en un cuadrado; porque si se mide desde las plantas a la coronilla, y se pasa la medida transversalmente a los brazos tendidos, se hallará ser la altura igual a la anchura, resultando un cuadrado perfecto³⁶.

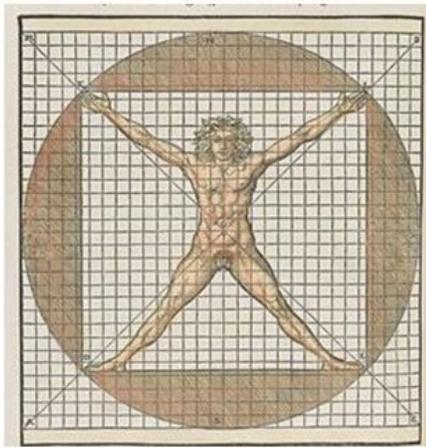
³⁶ *Ibíd.*, III,1;B. 68



Cesariano - Hombre de Vitruvio, 1536



Cornelio Agrippa - Hombre áureo



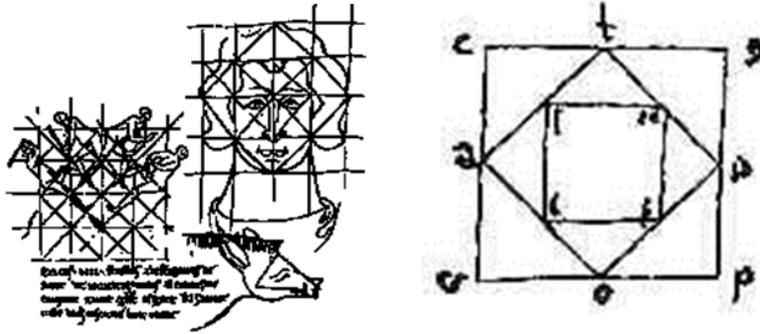
El hombre de Vitruvio, 1521



Jean Martin - Hombre áureo. 1547

La métrica platónica de Vitruvio tiene un lugar central en las logias de constructores del románico y el gótico.

Según el escrito medieval de Roriczer, el método de duplicación constituye "*el secreto de los constructores de catedrales*" y fue utilizado para generar elementos tan diversos como un capitel, un claustro o un crucero. El método de triplicación vinculado a la vesica es, como ya señalamos, otra de las claves del arte del medievo.



Duplicación de cuadrado – tratados de Honnecourt y Rodiczer.

Nacida en el año 1098, Hildegarda de Bingen, “La Sibila del Rin”, representa la cumbre mística medieval de la metafísica geométrica platónica.

Sus pinturas, realizadas por discípulas bajo su dirección, muestran la proporcionalidad basada en las raíces cuadradas contenidas en la vesica y sus duplicaciones y triplicaciones.

Sus místicos tratados mencionan los tradicionales sistemas de 7 y 9 círculos que congruentes con la estructura platónica aparecen, entre otros, en Cicerón, Dante y el Carmelo Bahá’í.

Hildegarda representa en su manuscrito *Liber Divinorum Operum simplicis hominus* al hombre áureo, al Cristo *ad circulum*, extendiendo en el centro de las esferas celestes sus brazos:

“(…) la figura humana es tan alta como ancha si las manos y los brazos se extienden por igual desde su tronco. Es así porque el firmamento también es tan largo como ancho”.

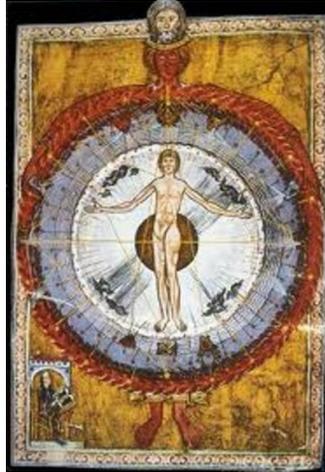
Cosmología y antropometría siguen el mismo patrón métrico:

*“Y tal y como Dios midió el gran instrumento del cielo con la misma medida, también midió con esta al hombre, en su pobre y pequeña estatura..., y lo creó de tal manera, que miembro unido a miembro, no sobrepasara su medida justa, su peso justo”*³⁷

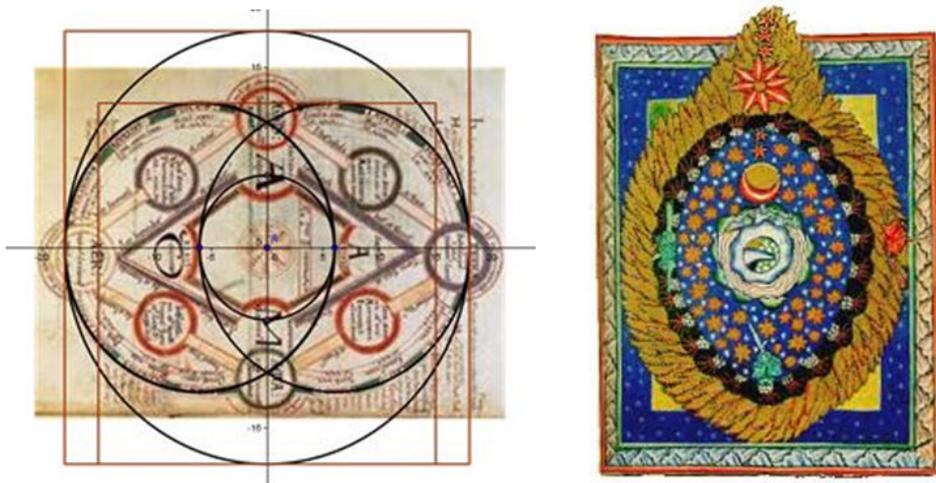
La vesica y sus duplicaciones y triplicaciones constituyen la estructura de su teología y su arte.

³⁷ *Liber Divinorum Operum simplicis hominus* , Columna 876 D, XCVII

El arquetipo métrico del hombre de Hildegarda anticipa en cinco siglos al célebre hombre de Da Vinci. La Doctora de la Iglesia, alcanza por medio de la visión mística la misma estructura que Leonardo vislumbrará por su arte; para decirlo de modo platónico, ambos caminos se identifican en un sólo proceso reminisciente.



Hildegarda – Microcosmos, hombre áureo



Hildegarda - Vesicas

La métrica renacentista

El redescubrimiento de Platón secundado por la reedición del tratado de Vitruvio, difundido por Petrarca, inspira las teorías métricas renacentistas.

Desde Florencia, Marsilio Ficino sugiere la idea de que no sólo los elementos, sino también las mismas criaturas, estarían compuestos por combinaciones poliédricas. En concordancia, los artistas y teóricos

consideran las formas poligonales y los poliedros, excelentes modelos para el estudio de una nueva visión: la perspectiva.

Filippo Brunelleschi su primer gran teórico, descubre la perspectiva cónica, sistema de representación basado en la proyección de un volumen sobre un plano sirviéndose de rectas proyectantes.

La perspectiva supone un proceso de transformación que guarda invariantes ciertos elementos del original, una prodigiosa métrica centrada en el ojo humano.

El ejercicio de asociar lo real a su representación, a su apariencia, abre la ventana ontológica del Renacimiento. La ciencia perspectiva reedita el mito de la caverna, los haces lumínicos dibujan la sombra de lo real; pero esta huella guarda una esencia, una medida que permite remontar el origen. La luz se descubre sobre el lienzo como patrón métrico, como espíritu sobre las aguas. El experimento de Brunelleschi y el de Einstein tienen idéntico germen, siguen el camino de la luz; “*el rayo de la luz que lleva en sí misma la verdad*”³⁸ según el verso de Dante.



La ventana de la perspectiva

Las construcciones de Alberti, Piero de la Francesca, Leonardo o Durero que traducen el espacio tridimensional sobre la superficie del plano, anticipan intuitivamente una concepción del espacio que, trascendiendo la geometría euclidiana, vislumbra la topología.

León Battista Alberti en su tratado sobre las proporciones del cuerpo humano, *De statua*, propone dos métodos: *dimensio* y *definitio*. El primero basado en el uso de regla y escuadra y una teoría de la proporción; el segundo, en la aplicación de un instrumento de su invención, el *definitor* o

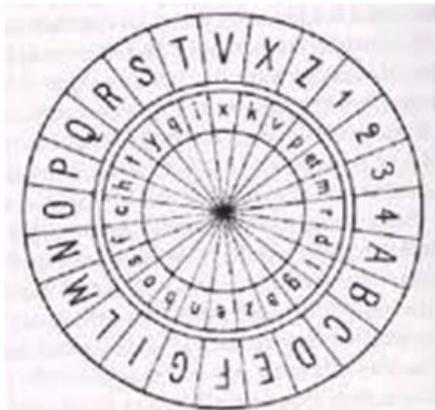
³⁸ “(...) *la mia vista, venendo sincera, e piu e piu entrava per lo raggio dell' alta luce, che da se e vera.*”
Par. XXXIII, 52

“caja de varillas” sistema que permite medir las variables introducidas por el movimiento del modelo.

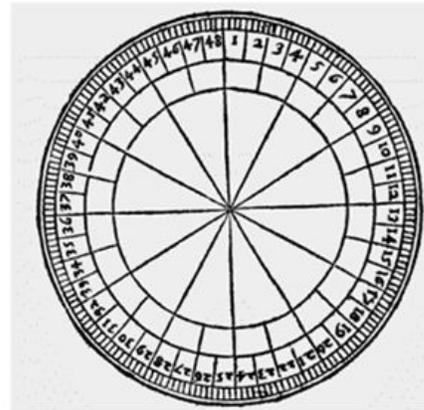


El Definidor

Alberti construye dos instrumentos que ejemplifican su interés por la métrica y las estructuras simétricas: el Disco y el Goniómetro.



Disco de Alberti



Goniómetro

El “Disco de Alberti” es una máquina criptográfica que le ha valido el título de “padre de la criptografía occidental”. Está conformado por dos anillos concéntricos, uno de ellos fijo, divididos cada uno en 24 celdas iguales que contienen un total de 48 signos.

El algoritmo del sistema está definido por el orden de los signos en el anillo móvil y por la situación inicial relativa de los dos anillos. La operación simétricamente inversa realiza el descifrado.

El Goniómetro tiene forma de círculo dividido en partes 48 partes que permite la medición y trazado de ángulos y es útil para: “*Las cosas muy agradables, ya que es para medir el emplazamiento de un país, o la pintura de una tierra*”.

Alberti es considerado el primero en utilizar el método de coordenadas polares en la representación de una ciudad.

Otro artista y teórico, Piero della Francesca, a quien “(...) *le otorgaron el título del mejor geómetra de su tiempo, porque seguramente sus perspectivas tienen una modernidad, un mejor diseño y una mayor gracia que ninguna otra*”³⁹; estudia y relaciona con maestría los poliedros, obteniendo unos a partir de otros e inscribiéndolos sucesivamente; y analiza las relaciones estructurales que los cinco sólidos platónicos guardan entre sí; entre ellas, la más elemental denominada *dualidad* poliédrica: un poliedro tienen el mismo número de lados que su dual y el número de caras de uno es igual al número de vértices del otro. Redescubre también los trece cuerpos denominados sólidos arquimedianos. El sistema de la perspectiva de su tratado *De prospectiva pingendi* (1482), profundiza las leyes formuladas por Bruneleschi.

Una parte considerable de la obra de Piero fue incluida posteriormente en tratados de otros teóricos, entre estos, uno de sus discípulos, Luca Pacioli, a quien acusa Vasari de plagiar al maestro.

Luca Pacioli inspirándose tanto en Platón y los neoplatónicos como en Vitruvio, realiza en su obra *La Divina Proporción* la construcción y el estudio exhaustivo de los poliedros regulares y semirregulares y de la proporción áurea.

La geometría como proceso de la intuición, como ventana ontológica, alcanzara con Leonardo Da Vinci su expresión más perfecta. Filosofía, ciencia y arte se funden en un único proceso:

“La pintura es una filosofía (...)” “(...) es la ciencia más admirable”, “(...) el más grande de los razonamientos mentales (...)”, “(...) hace palpable lo impalpable y relieves lo plano (...)”, “(...) es hija legítima de la naturaleza porque ha sido engendrada por ella misma (...)”⁴⁰

³⁹ Vasari, Giorgio. *Las vidas de los más excelentes arquitectos, pintores y escultores italianos desde Cimabue a nuestros tiempos*. Madrid: Tecnos/Alianza. pp. 264.

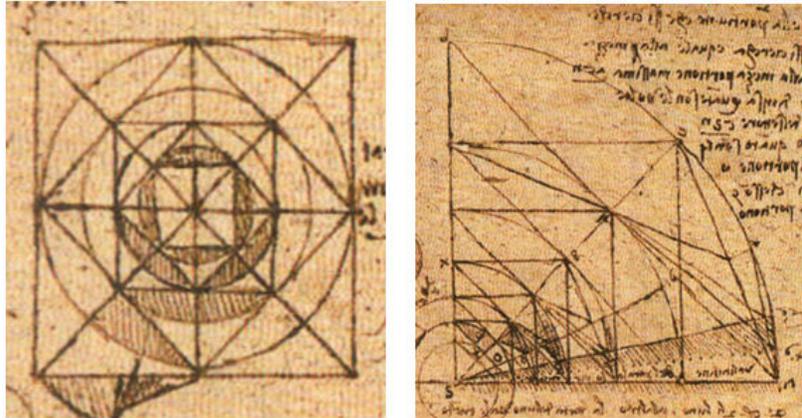
⁴⁰ Leonardo Da Vinci, *Tratado de la pintura y del paisaje, Sombra y Luz*, pág. 333/4, Editor Joaquín Gil, Buenos Aires, 1944

Los polígonos y poliedros regulares y los motivos platónicos de duplicación del cuadrado y del cubo son claves en Leonardo.

Los diagramas en los que estudia transformaciones geométricas presentan muchas veces multiplicaciones o divisiones por 2 del cuadrado.

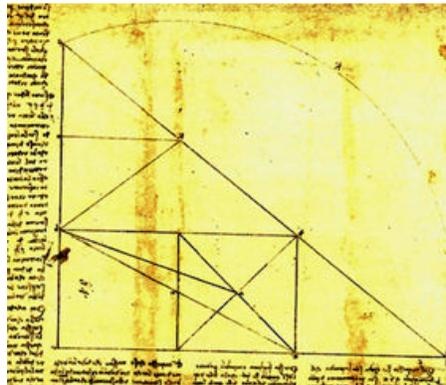
Anota en un escrito sobre perspectiva en el Códice Atlántico:

“A medida que se duplica el espacio, se duplica la reducción del tamaño”.



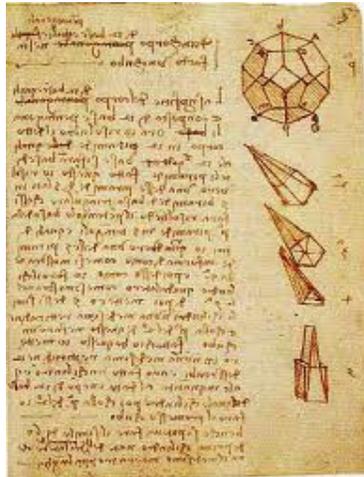
Duplicaciones del cuadrado – Códice atlántico

El problema deliano de la duplicación del altar también es analizado reiteradamente por Leonardo.



El problema deliano – Códice Atlántico

La transformación del dodecaedro en cubo, dibujada en el Códice Forster, es un buen ejemplo de teoría o “visión” de *“una geometría que se crea con el movimiento”*.



Transformación del dodecaedro en cubo – Código Forster

Fritjof Capra escribe en su libro *La ciencia de Leonardo*:

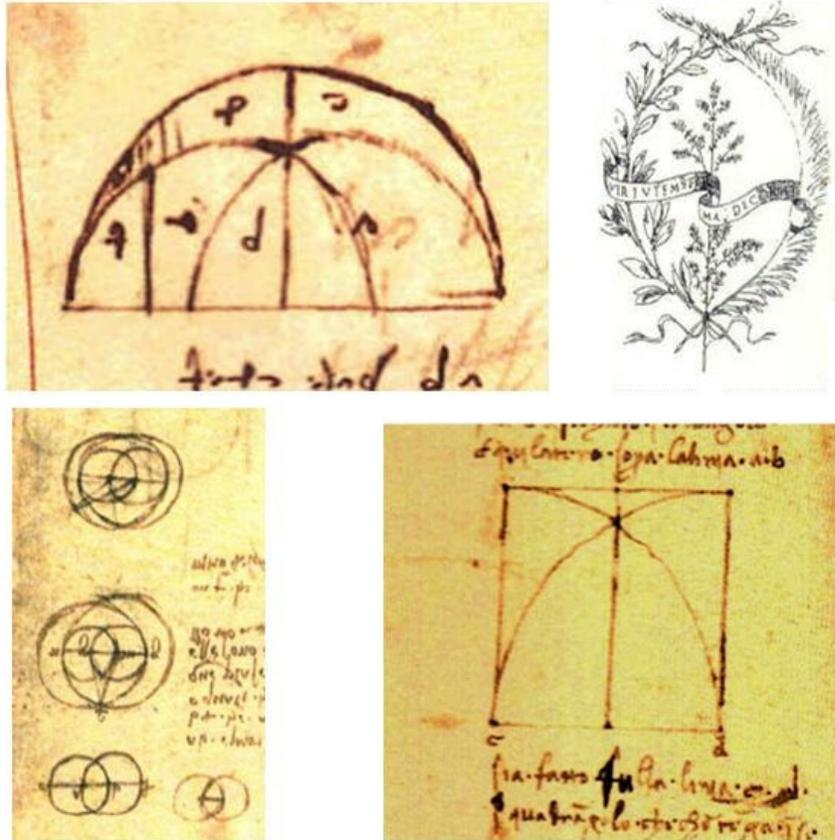
“Cuando contemplamos la geometría de Leonardo desde el punto de vista de las matemáticas actuales (...) comprobamos que desarrollo los inicios de la rama de las matemáticas que hoy se conoce como topología. Lo mismo que su geometría, la topología de Leonardo es una geometría de transformaciones continuas, o correspondencias, en las que se preservan ciertas propiedades muy generales de las figuras geométricas, equivalentes desde el punto de vista topológico”⁴¹

La Vesica presente ya en la obra de su maestro, Andrea del Verrocchio, hace múltiples apariciones en los diseños de Leonardo; bajo las especies de ondas acuáticas, máquinas, organismos y emblemas, se revela como el núcleo métrico de su pensamiento.



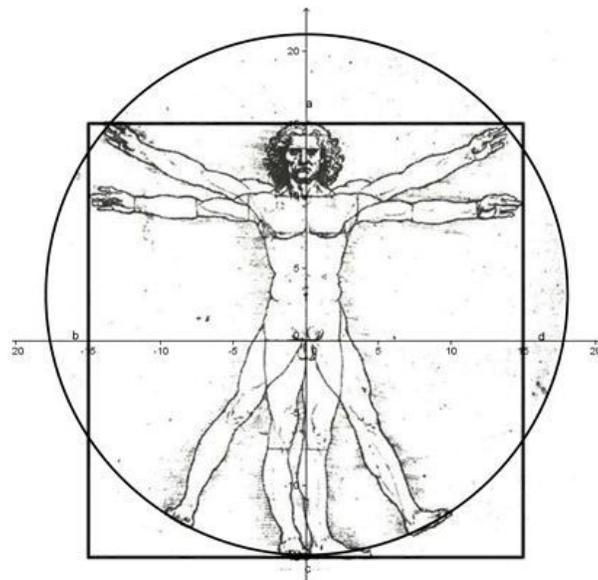
Andrea del Verrocchio, (Vesica) modelo del monumento Forteguerri (c.1470)

⁴¹ Fritjof Capra, *La ciencia de Leonardo*, pág. 270, Ed. Anagrama 2011, España



Vesicas de Leonardo da Vinci

La vesica constituye el oculto esqueleto de la más arquetípica de sus estructuras: la ilustración del hombre de Vitruvio.



Este dibujo no es sólo la perfecta representación de la metafísica métrica platónica, sino también un autorretrato, Leonardo pensándose a sí mismo.

Un círculo y un cuadrado enmarcan su figura y su pensamiento; la máxima socrática, el “conócete a ti mismo” que tiene en la regla y el compás sus mayéuticas herramientas, alcanza su icono definitivo.

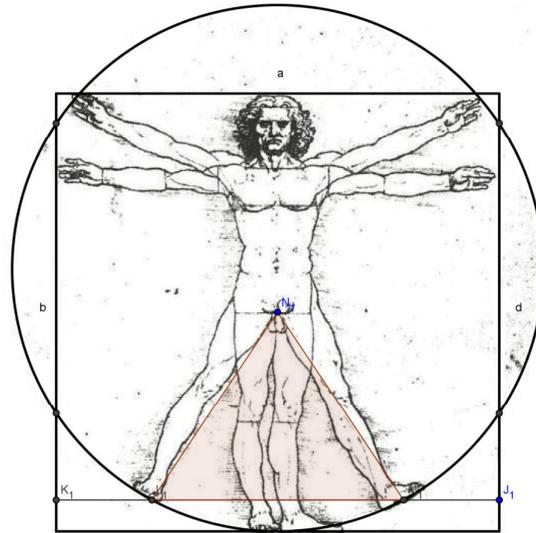
¿Cómo construyó este Mandala renacentista? ¿Qué proporción guardan ambas figuras?

El tratado de Vitruvio, “*uno de los libros más oscuros y escabrosos de la literatura latina*” según Menéndez Pelayo, llega a los renacentistas, sin ilustraciones originales. El dibujo de Leonardo es la genial interpretación de un texto confuso. Su simple comparación con los dibujos de otros ilustradores del romano, justifica el elogio de Vasari: “(...) *distante del resto de los hombres, sus cualidades aparecen como otorgadas por Dios y no adquiridas por industria humana*”.

La mayoría de los ilustradores, Cesariano y Martini, por ejemplo, realizan diseños en los que el círculo y cuadrado se disponen concéntricamente. La concepción de Leonardo es distinta, propone la asimetría, las dos figuras sobreimpresas tienen sobre el mismo eje diverso centro; el del *homo ad circumum* se encuentra en el ombligo y el del *homo ad quadratum*, por encima del sexo. La belleza de la composición resiste sin embargo la asimetría. La simetría pertenece a un plano oculto, a una geometría animada. El hombre inscripto está en movimiento, luce pares adicionales de piernas y brazos resultantes de un salto que genera un triángulo equilátero, matemáticamente descrito por Leonardo en el texto que acompaña el dibujo:

“Vitruvio el arquitecto, dice en su obra sobre arquitectura que la naturaleza distribuye las medidas del cuerpo humano como sigue:(...) Si separas la piernas lo suficiente como para que tu altura disminuya 1/14 y estiras y subes los hombros hasta que los dedos estén al nivel del borde superior de tu cabeza, has de saber que el centro geométrico de tus extremidades separadas estará situado en tu ombligo y que el espacio entre las piernas será un triángulo equilátero”.

Este texto es fiel a lo escrito por Vitruvio pero contiene datos que no se encuentran en el original; la disminución de la altura en $1/14$ es el más significativo.



1/14 y Triángulo equilátero

La razón entre el diámetro del círculo del *homo ad circumum* y el lado del cuadrado que contiene al *homo ad quadratum* es 1.20. Los estudiosos no mencionan este dato clave; posiblemente, la aparente irregularidad, debida al movimiento, los ha desconcertados. A semejanza de la “piedra desechada”, esta proporción permite ver el “templo del cuerpo”.

Leonardo, aunque no lo hace explícito, enmarca al igual que otros ilustradores al hombre áureo en un cuadrado de 900 unidades⁴², basándose en que Vitruvio confiere tanto a la cabeza “Desde el nacimiento del pelo hasta la punta de la barbilla (...)” como a “la mano completa” la décima parte de la altura del hombre.

Incluye virtualmente⁴³ la extensión del cuadrado de 900 que es 1296⁴⁴, determinado por el círculo con base en el primer cuadrado. La relación entre los lados de ambos cuadrados es 1.20, dato ya mencionado.

Construye el cuadrado de su sistema (que contiene al Hombre Áureo) utilizando gráficamente la vesica con los elementos internos del mismo como se muestra a continuación.

⁴² Cuadrado de 30^2 , tal como se encuentran en Jean Martin y Cesare Cesariano antes reproducidos.

⁴³ Figura no dibujada por Leonardo.

⁴⁴ Cuadrado de 36^2

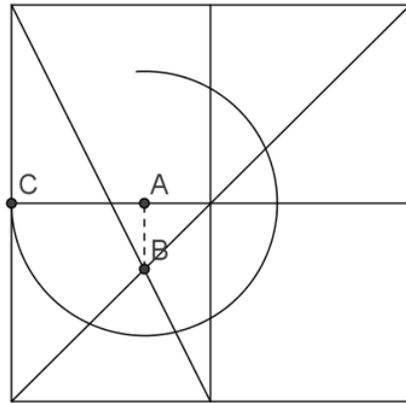


Fig. 1

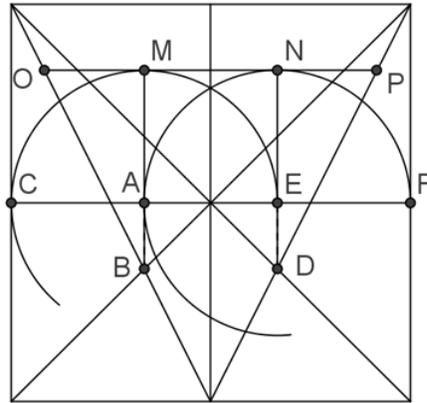
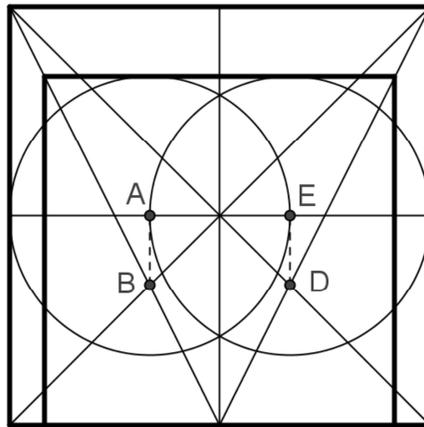


Fig. 2

Luego de trazar sus diagonales obtiene el punto B de la Fig. 1 y con una línea vertical el centro A del círculo de radio AC. Se repite la misma operación del lado derecho en la Fig. 2 para encontrar el centro E del círculo de radio EF. Una vez determinados los puntos M y N, que son los cortes de las verticales BM y DN con los círculos, se obtiene el segmento OP. Este es el resultado de la intersección de una recta imaginaria que pase por M y N hasta cortar los lados de la estrella de Brunés.

Las verticales que descienden de O y P conforman el cuadrado interno en la Fig. 3 que es donde coloca finalmente el Hombre Áureo. La relación entre ambos cuadrados es de 1,44.



Construcción completa

El hombre de Leonardo no es un hombre carnal, sino un ente ideal, un autorretrato idealizado. No existe para un platónico la posibilidad de alcanzar a partir de mediciones empíricas la medida arquetípica. Se trata de una visión, una teoría de sí mismo. El florentino interpreta el canon de

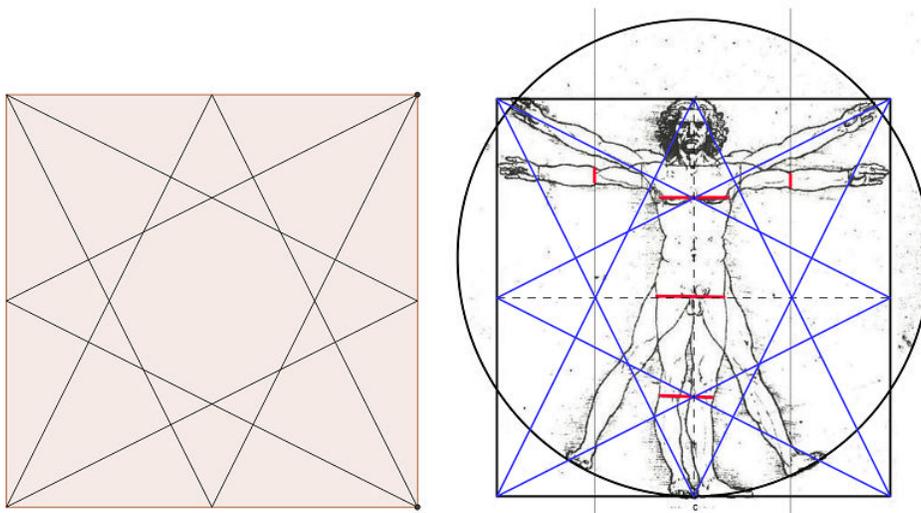
Vitruvio y de la tradición medieval, permitiendo nuevas lecturas de su estructura métrica y de sus transformaciones.

El arquetipo de la proporción humana de Da Vinci, reproduce fielmente la estructura matemática del “Alma del mundo” descrita en el Timeo. El célebre hombre áureo contiene las dos series numéricas, de razón 2 y de razón 3, contenidas en la vesica.

Contrariamente a lo sostenido por prestigiosos especialistas, Leonardo no se distancia de la tradición medieval redescubriendo el arquetipo métrico de Vitruvio, sino que, como luego veremos, encuentra por medio del arte la misma estructura que Hildegarda descubrió, desde la experiencia mística, siglos antes.

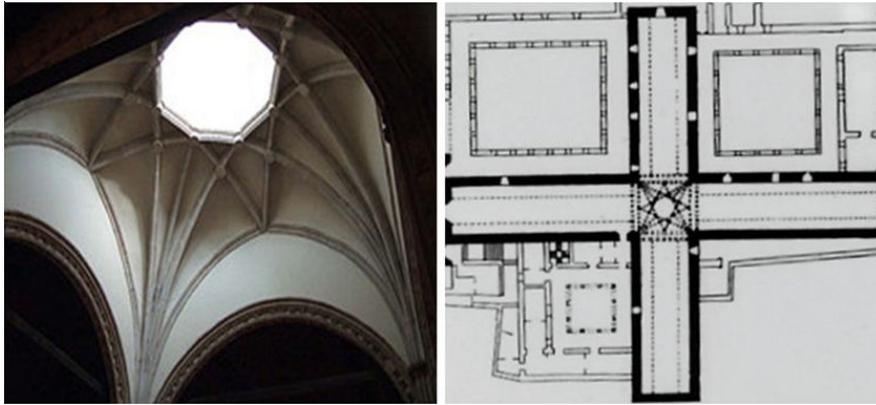
Estrella de Tons Brunés

Leonardo traza varios segmentos sobre el cuerpo de su modelo (remarcados en rojo en nuestro dibujo) que indican exactamente la división del cuadrado que lo inscribe por medio de una estrella octogonal; figura que se construye mediante ocho diagonales que unen los puntos medios de los lados del cuadrado con sus vértices, el lado de la estrella equivale a $(\sqrt{5})/2$ del lado del cuadrado y su razón con este es $1/1,666\dots$. Esta división es conocida como estrella de Tons Brunés, arquitecto danés del siglo XX, que la utilizó en el análisis de edificios y obras de arte clásicos.

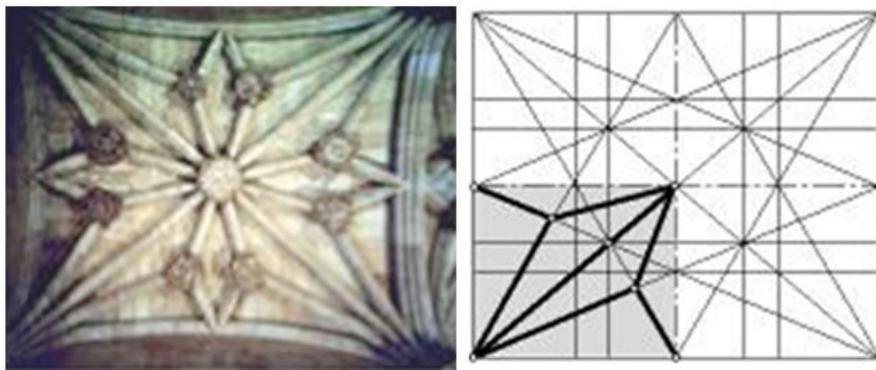


Estrella de Tons Brunés y Hombre de Leonardo

La estructura de la cúpula del Hospital de Santa Cruz de Toledo, el crucero de la Catedral de Astorga y el mausoleo del Báb, por ejemplo, muestran en empleo de la estrella estudiada por Brunés.



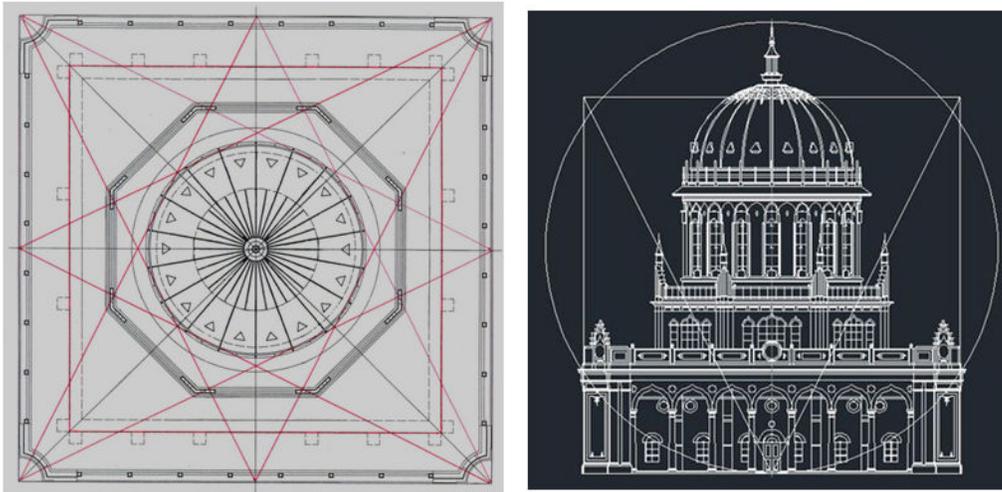
Estrella de Brunés - Hospital de Santa Cruz, Toledo (1505-1514)



Estrella de Brunés, Catedral de Astorga, León

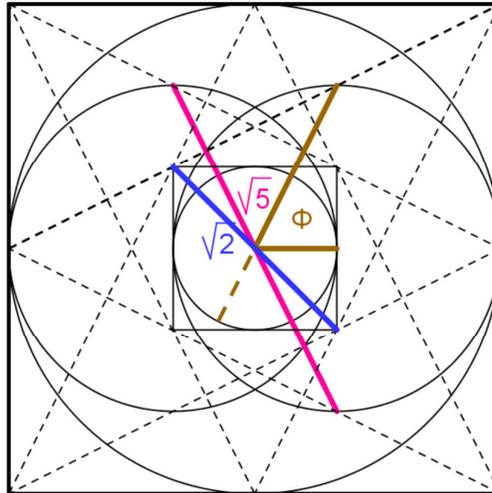
La estrella de Brunés de la planta de la superestructura del Santuario del Báb tiene la misma superficie que la construcción original (cuadrado en rojo) y define el octógono del edificio (los lados de la estrella pasan por los vértices del mismo).

La fachada del Santuario sigue, con precisión, la métrica de Leonardo; luego desarrollare este tema.



Planta y fachada del Santuario del Bab y Estrella de Brumés y métrica de Leonardo

El análisis de Brunés denominado por el mismo “corte sagrado” está vinculado con los sistemas de duplicación y triplicación antes mencionados. Este no advierte que su estrella guarda con la vesica y el hombre Áureo de Leonardo relaciones comunes como se ilustran el dibujo: la división en 3, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ y \emptyset .⁴⁵

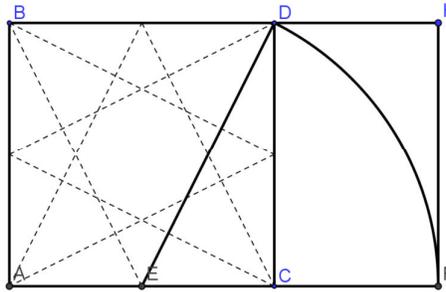


Estrella de Brunés, Vesica, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ y \emptyset

Otra forma de hallar el número áureo es utilizando un lado de la estrella: siendo el cuadrado ABCD, cuyo lado $AC = 1$, y el lado de la estrella $ED = EF$ determinan un cociente $ED/AC = (\sqrt{5})/2 = 1,11803398\dots$, el que

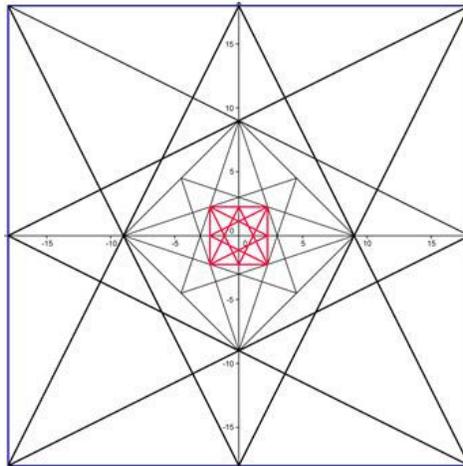
⁴⁵ La división en 3 está relacionada con el lado del cuadrado central respecto al lado del cuadrado mayor que lo contiene.

abatido genera el rectángulo áureo ABHF. Luego $(ED/AC) + EC = CF + AC = \text{lado del rectángulo áureo}^{46} = EF = 1,618033989\dots (\text{Número áureo})^{47}$.



Estrella de Brunés y Número Áureo

En la siguiente ilustración muestro como se obtiene, mediante la división de la estrella de Brunés, un cuadrado central de $1/64$ (en colorado) del área total, cuyo perímetro sumado al de la estrella contenida en él, equivale al número áureo del lado del cuadrado mayor.



Estrella de Brunés y Proporción Áurea

Brunés comete el error de interpretar su modelo de modo rígido, no tomando en cuenta sus transformaciones; esto lo lleva a criticar la concepción de Leonardo, considerándola no acorde con su sistema, que

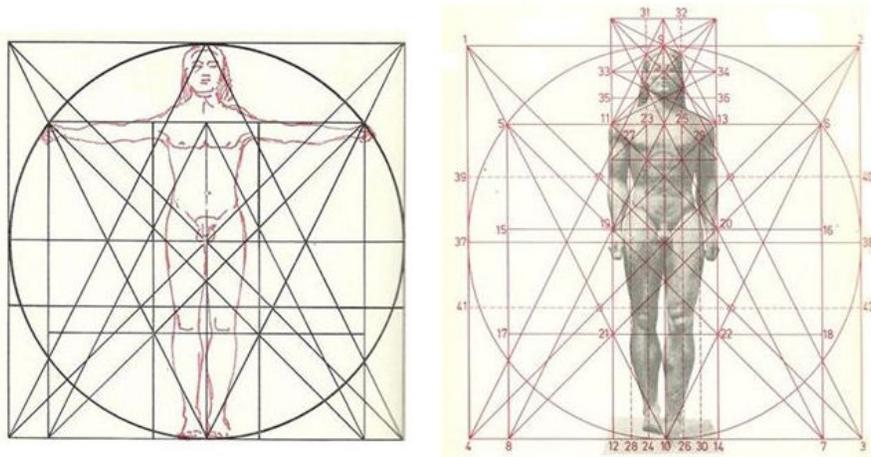
⁴⁶ Euclides desarrolla en su proposición 2.11 la construcción del rectángulo áureo a partir del cuadrado.

⁴⁷ Se puede comprobar que la suma de los lados de la estrella más el perímetro del cuadrado que la contiene es equivalente a 8 veces el número áureo del lado del cuadrado.

establece una relación distinta entre el círculo y el cuadrado a la planteada por el florentino.

Refiriéndose a la figura del Hombre de Leonardo, escribe:

“La primera objeción que puede hacerse a la construcción de Da Vinci es la siguiente: ¿Cuál es la relación entre el cuadrado y el círculo? (porque debe haber algún tipo de relación constructiva). La ilustración no revela una relación, y una prueba sobre la base de la geometría antigua muestra que la combinación del círculo y el cuadrado de Da Vinci no pertenece al antiguo sistema geométrico (...) por lo que podemos juzgar (...), fue capaz de alguna manera de reunir hechos o suposiciones y llegó a una interpretación errónea.”⁴⁸

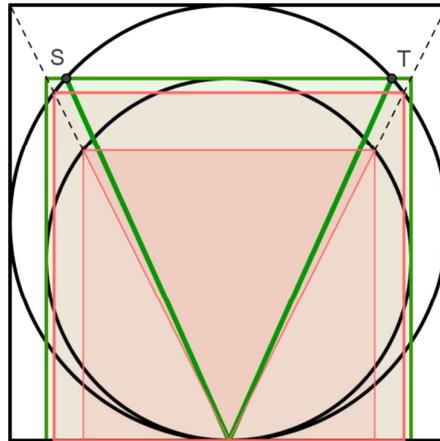


Hombre áureo según el sistema de Brunés

El arquitecto danés no advierte que la razón $(\sqrt{5})/2$ forma parte tanto de su sistema como del de Leonardo. Tal es la relación entre el lado de la estrella y el del cuadrado que la inscribe, como la existente entre el lado del cuadrado (30) y la secante ST (26,83281573) en la ilustración siguiente, determinada por el corte del círculo en el diseño de Leonardo⁴⁹.

⁴⁸ Brunés, Tons, *The secrets of Ancient Geometry*, Vol. II, Pág. 142, Rhodos, International Science Publishers, Copenhagen, 1967.

⁴⁹ La relación corresponde al lado de la estrella de T. Brunés con respecto al lado del cuadrado de 900, es decir $33,541019662496845446137605030969 / 30 = 30 / 26,83281573 = (\sqrt{5})/2$



Relación entre los sistemas de Brunés y Leonardo

Contrariamente a lo pensado por Brunés, su sistema encaja dentro del de Leonardo. Es el teorema de Tales el que demuestra porqué los coeficientes en las proporciones de ambas estructuras son congruentes (Ver Apéndice II).

Como las siguientes ilustraciones muestran, el sistema de Leonardo y la estrella de Brunés dan las relaciones proporcionales de dos representaciones emblemáticas del hombre áureo grecorromano: las estatuas de Cesar Augusto (fig.1), ya mencionamos que Vitruvio dedica a este emperador su tratado), y el Apolo del Belvedere (fig.2).

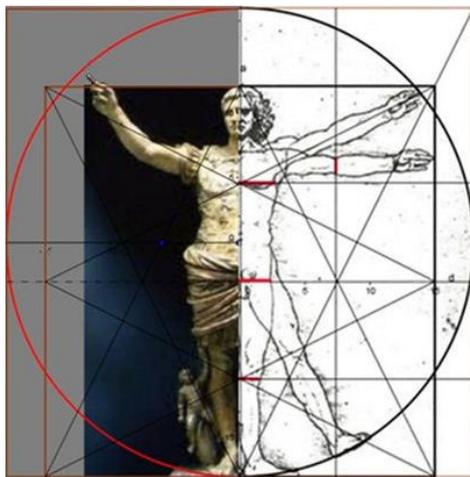


Fig. 1

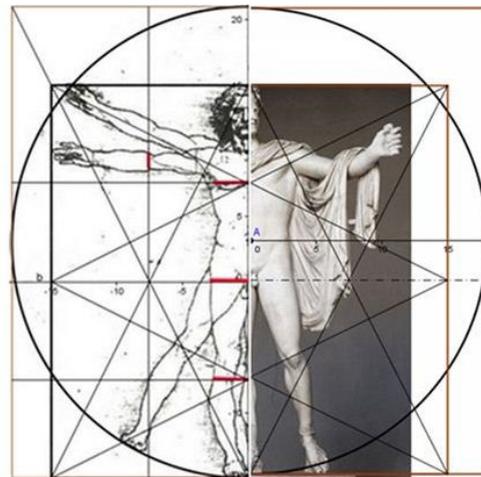
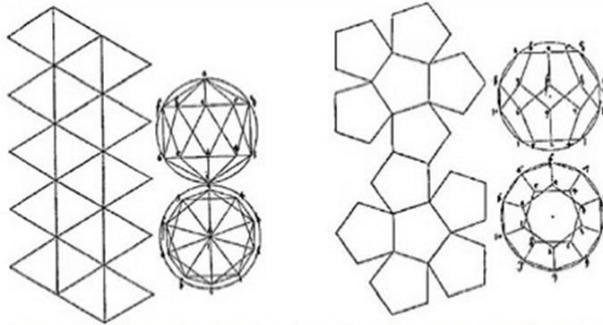


Fig. 2

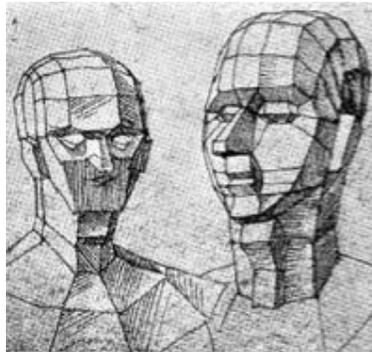
Durero al igual que Leonardo realiza una especie de iniciación geométrica platónica. Describe los cinco sólidos regulares, indica el número de caras, aristas y vértices, y los representa por su desarrollo en un plano y por dos proyecciones ortogonales sobre el plano horizontal y el vertical

preanunciando, en cierta forma, la *Geometría Descriptiva* de Gaspard Monge.



Durero – Desarrollos planos y proyecciones del icosaedro y dodecaedro

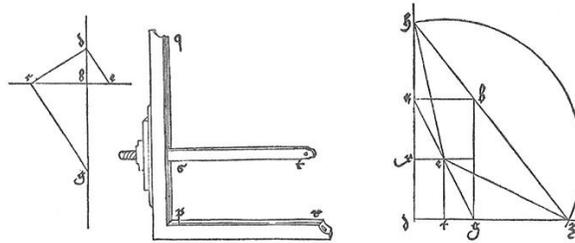
Los poliedros forman parte de sus especulaciones sobre la métrica de la figura humana. Facetando sus ángulos intenta alcanzar de modo paulatino las superficies curvas que conforman el cuerpo humano y representar sus movimientos. Algo equivalente al mencionado *definitor* de Alberti pero utilizando poliedros.



Durero. Cabeza de hombre - Cuaderno de Dresde

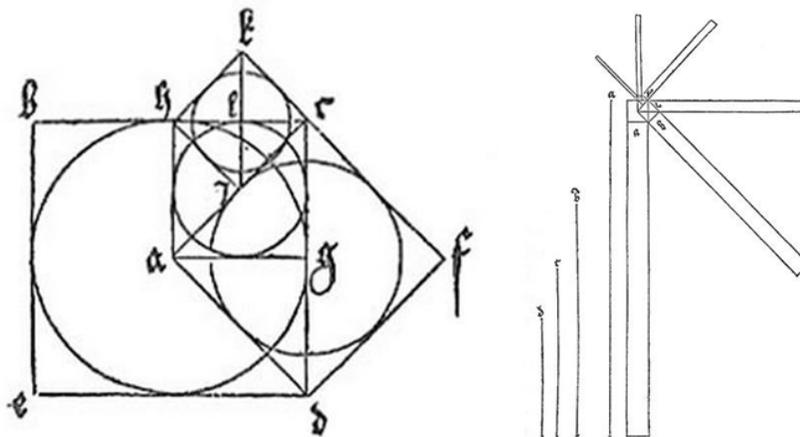
Según Jeanne Peiffer, el pintor otorga enorme importancia al problema de la duplicación del cubo, presentando tres soluciones aparentes distintas y proporcionando además una supuesta demostración de una de ellas, considerada la primera demostración matemática publicada en lengua alemana.

Durero extiende también su método para la triplicación y cuadruplicación del cubo en busca de una proporción constante en la transformación del cubo original.



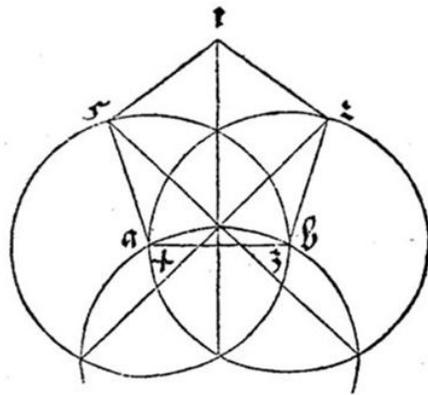
Soluciones de la duplicación del cubo de Platón y Herón de Durero

El motivo de la duplicación del cuadrado también está presente en Durero. La máquina generadora de líneas serpentina libres creada para: *“incrementar o reducir la longitud y el número de elementos”* tiene como núcleo mecánico un sistema de cuadrados duplicados.



Máquina de Durero para generar líneas serpentina libres.

Como lo atestiguan diseños y pinturas la vesica también forma parte esencial de las investigaciones métricas de Durero.



Esquema de la vesica y grabado - Durero

Durero analiza en las obras de artistas y teóricos, Varro Equicola, Barbari, Alberti, Pacioli y especialmente en Leonardo, el patrón métrico del hombre originado en Platón. La medida ideal y la acción de medir son el centro de la especulación de Durero; el artista es en definitiva: el que sabe medir; de allí el título de su tratado: *Instrucciones para la medida*.

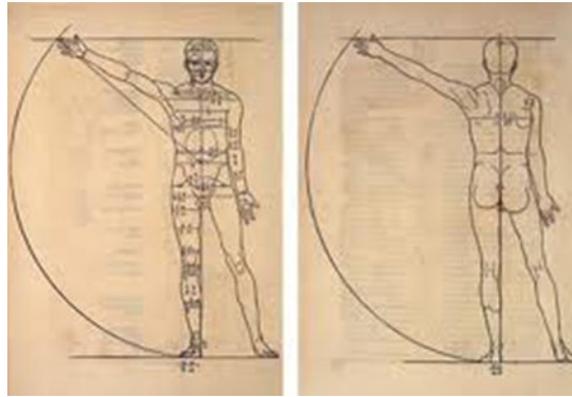
La imagen del hombre perfecto esta para el artista alemán, vinculada con la de Cristo:

*“De la misma forma que ellos atribuyen la figura más hermosa al dios Apolo, nosotros hemos de atribuirle a Cristo”*⁵⁰.

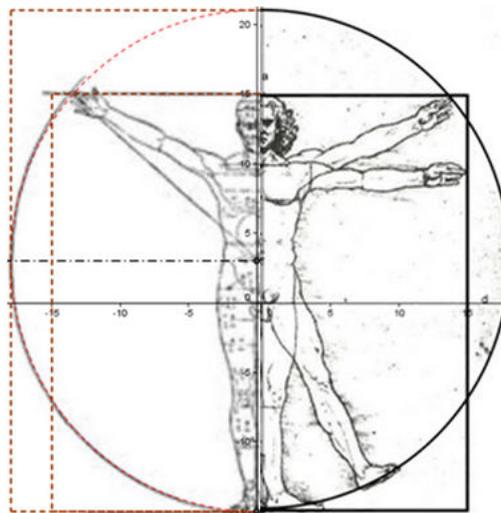
Durero interpreta, y asimila en su propia obra, la métrica de Leonardo como un sistema de transformaciones continuas en las que se conservan propiedades invariantes.

La superposición de su diseño de las proporciones humanas ideales con el de Leonardo permite comprobar su identidad.

⁵⁰ Cita de Durero en Franz Winzinger, Durero, pág. 61 editorial Salvat, 1985, Barcelona



Dürero - Hombre inscripto en círculo



Hombre áureo – Leonardo y Dürero superposición

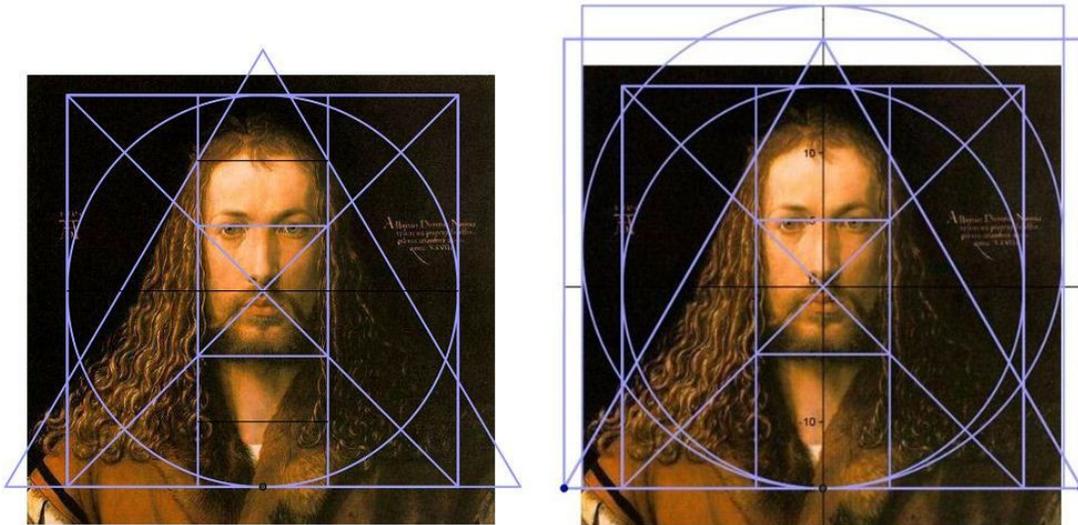
Al igual que Leonardo, Dürero cristaliza en su *Autorretrato* la métrica arquetípica humana.

Wolfflin describe el *Autorretrato* de Dürero como: “*La elevación de lo individual a un cosmos ideal*”.

Franz Winzinger realiza un agudo análisis de la estructura geométrica subyacente de esta obra. Si bien identifica el cuadrado original de Leonardo dividido en 9 partes, a mi juicio no respeta la relación entre el triángulo equilátero asociado con el cuadrado mayor.

Winzinger divide en 6 partes el cuadrado de 900 en sentido vertical. Los lados del triángulo que dibuja, cortan exactamente las paralelas centrales en $5/6 = 0,8\bar{3}$ de la altura del mismo, mientras que nuestro análisis el triángulo equilátero utilizado por Dürero, corta las paralelas en $0,828050696326$ de altura. Partiendo de la base que Dürero utiliza una transformación del

esquema áureo de Leonardo, llego a la conclusión que el triángulo equilátero utilizado por Winzinger no coincide con el empleado por el artista alemán.

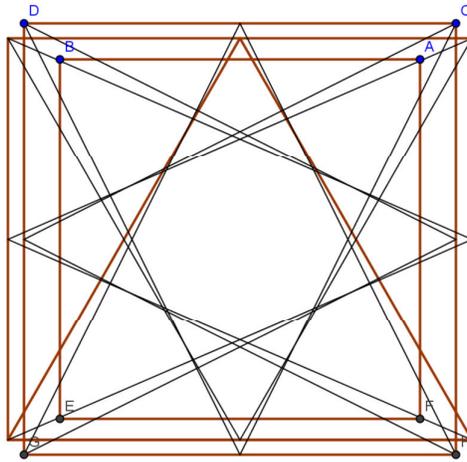


Autorretrato de Dürero - Análisis de Winzinger

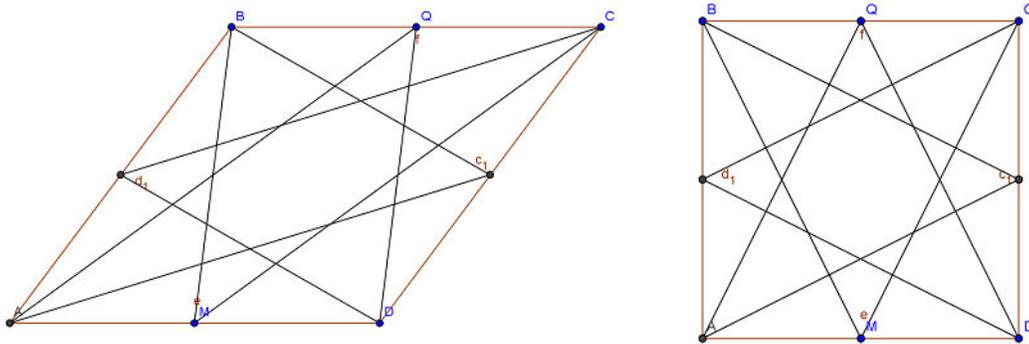
Nuestro Análisis

En mi opinión la superficie del triángulo empleado por Dürero no tiene la dimensión que le otorga Winzinger. Este sostiene que el triángulo es de 654,1451884 y su base y altura 38,867513459481 y 33,660254037844 respectivamente (enmarcado en un rectángulo de 1308,290376865480). Mientras que Dürero utiliza un triángulo equilátero de superficie 648, cuya base es 36 y su altura 31,17691453623979 (enmarcado en un rectángulo de 1296). La diferencia radica en que pese a que Winzinger utiliza el mismo cuadrado básico de Leonardo (900) no emplea el rectángulo equivalente al cuadrado mayor empleado por este (1296).

La transformación aludida puede visualizarse en las siguientes ilustraciones.



Transformación Leonardo - Durero

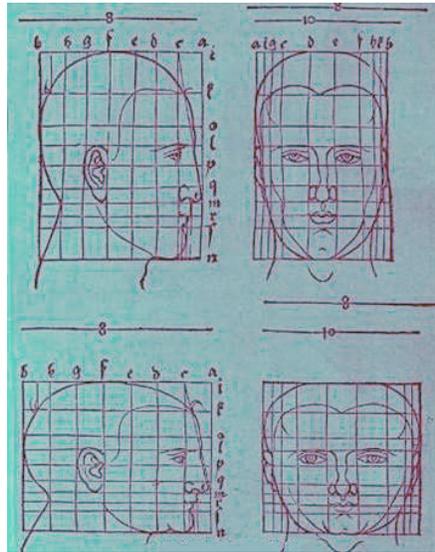


Transformación de la estrella de Brunés

El esquema de la izquierda presenta la relación entre cuadrado – estrella equivalente al cociente $1296 / 777,6 = 1.6666\dots$, (parámetros utilizados en el análisis que responde a $5/3$) mientras que el de la derecha es la transformación del mismo que mantiene invariante la relación, $1061,8770284273 / 637,1311580223 = 1.6666\dots$

En el Apéndice I, “Comprobación de la permanencia de las características iniciales de la cuadrícula de superficie 1296”, está explicada la invariancia de las proporciones cuando se producen las transformaciones.

Este ejercicio de transformación que atribuyo a Durero guarda analogía con los realizados por el artista mediante la utilización del “método de redes” en su estudio de las proporciones de la cabeza y de la clasificación de los perfiles en rectos, cóncavos o convexo, que le ha valido el título de “Padre de la cefalometría”.



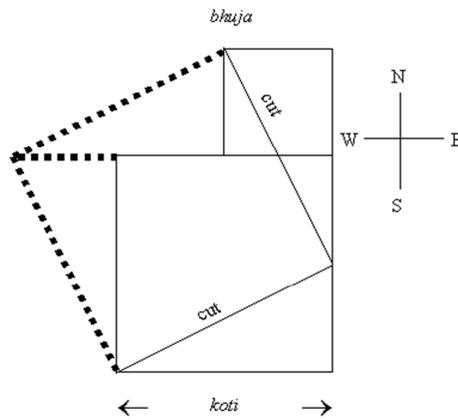
Trazados anatómicos de Durero

La “antropometría” renacentista al igual que la medieval o la griega no es sino metafísica. La medida de Apolo cifra la intuición intelectual, el módulo de toda entidad. El hombre áureo, al igual que el triángulo perfecto, no es el dibujado, es el Logos que mora en Sócrates, en Cristo, en el Báb.

Un ejemplo de universalidad de la estructura estudiada es el Sulbasutra *Yuktibhâsâ* del siglo XVI. Construido con dos triángulos rectángulos idénticos, denominados *Koti* y *Bhuja*, a los que se atribuye significado cosmológico, tiene como base la transformación de la estrella de Brunés.

La razón entre el cateto mayor y la hipotenusa es $(\sqrt{5})/2$, la del cateto menor con la hipotenusa $\sqrt{5}$ y la de la suma de los catetos con la hipotenusa es el número áureo⁵¹.

⁵¹ Cada triángulo es obtenido por medio del lado de la estrella (hipotenusa), un lado (cateto mayor) y medio lado (cateto menor) del cuadrado que lo contiene.



Sulbasutra Yuktibhâsâ, siglo XVI⁵²

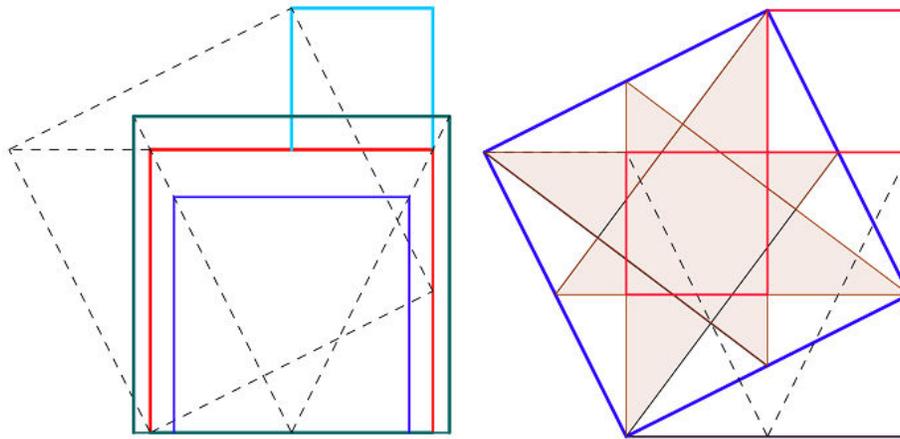


Fig. 1

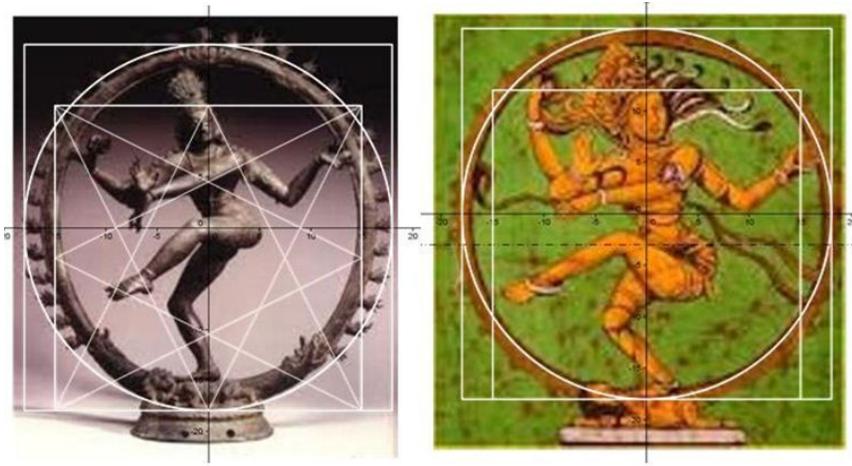
Fig. 2

Análisis del Sulbasutra Yuktibhâsâ

El cuadrado mayor (en verde) es equivalente al de lado $\sqrt{5}$ que se construye con el lado de la estrella de Brunés. Su superficie es igual a la suma de los otros dos cuadrados (colorado + turquesa = $4 + 1$).

La misma estructura puede ser observada en múltiples representaciones de la clásica danza de Shiva, en las que el dios dibuja el patrón métrico.

⁵² C. K. Raju, *Mathematics and culture*, Philosophy of Mathematics. Education Journal 11, 1999. <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome11/art18.htm>



Danza de Shiva

Análisis de Obras

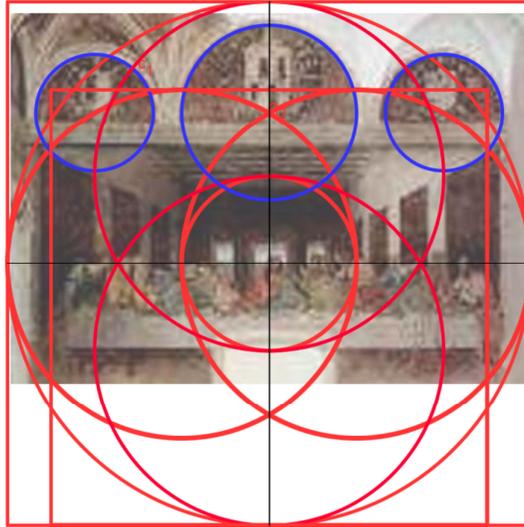
Es importante aclarar que la estructura estudiada, si bien tiene a mí entender alcance universal, aparece como meta asintótica, como campo de probabilidades. Ninguna de las obras de arte que analizare debe su valor a la mera presencia de esta estructura que constituye una condición necesaria, pero no suficiente, del acto creador.

Leonardo utiliza su arquetipo métrico como base de construcción de *La última cena*. La obra es un mural realizado en un recinto cuya estructura tiene claros componentes vesicales, el artista vincula su trabajo con esta construcción preexistente.



Recinto vesical de la obra

El análisis descubre el cuadrado mayor y el cuadrado interno cuyo lado horizontal superior apoya en la vesica. El centro de la pintura es la cabeza de Cristo, punto de fuga de la perspectiva. La estructura vesical utilizada determina además dos ejes, horizontal y vertical, que dividen la superficie en partes iguales. El horizontal pasa por las cabezas de todos los apóstoles salvo la de Judas.

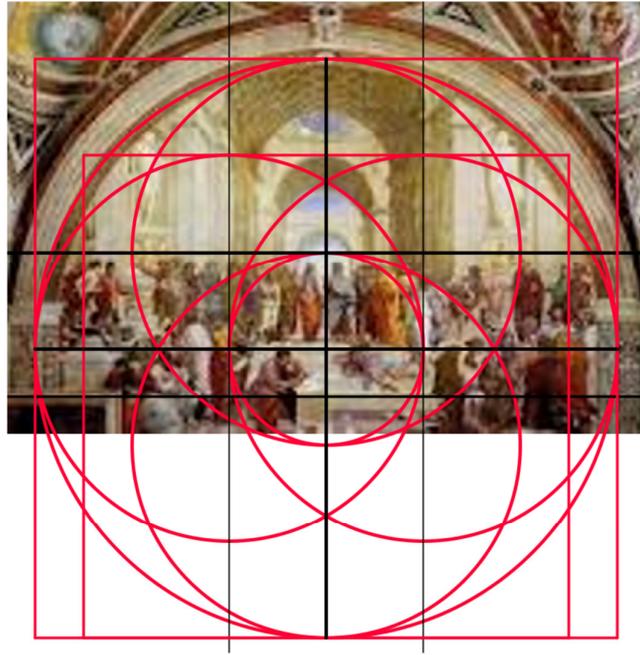


Ultima cena y métrica de Leonardo

Rafael de Sanzio utilizó, según nuestro análisis, el sistema métrico de Leonardo en *La Escuela de Atenas*; hecho al que parece aludir la presencia de Da Vinci encarnando a Platón.

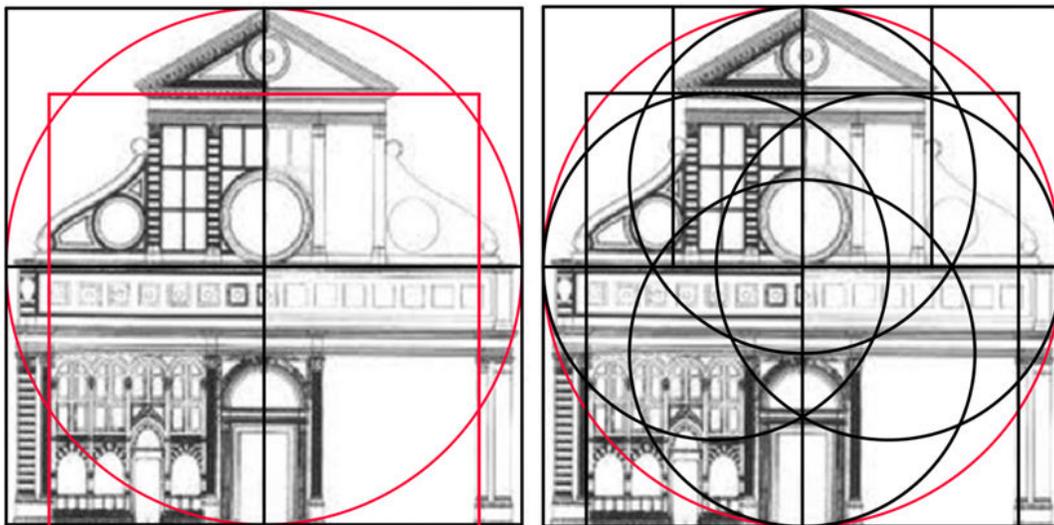
El primer pórtico corresponde al círculo inscripto en el cuadrado mayor, mientras que el segundo se asienta en el círculo de la vesica. Los dos siguientes corresponden en altura a la $\sqrt{3}$ y el círculo central es $1/9$ del círculo mayor.

El eje horizontal que pasa por el centro del círculo principal constituye el centro de la obra, desde el cual se proyecta la misma.



Escuela de Atenas y métrica de Leonardo

El esquema métrico es discernible en otra obra maestra del renacimiento, el templo de Santa María Novella de León Battista Alberti



León Battista Alberti - Santa María Novella

Como ya hemos señalado el arquetipo métrico se manifiesta en la mística y el arte medieval; analizare algunos ejemplos.

La Jerusalén celeste, representación ejemplar del mundo arquetípico y modelo del cosmos, la ciudad y el templo, enmarca al hombre perfecto, al Cristo, representado por el cordero que ocupa el círculo central de la vesica, de superficie $1/9$ del mayor.



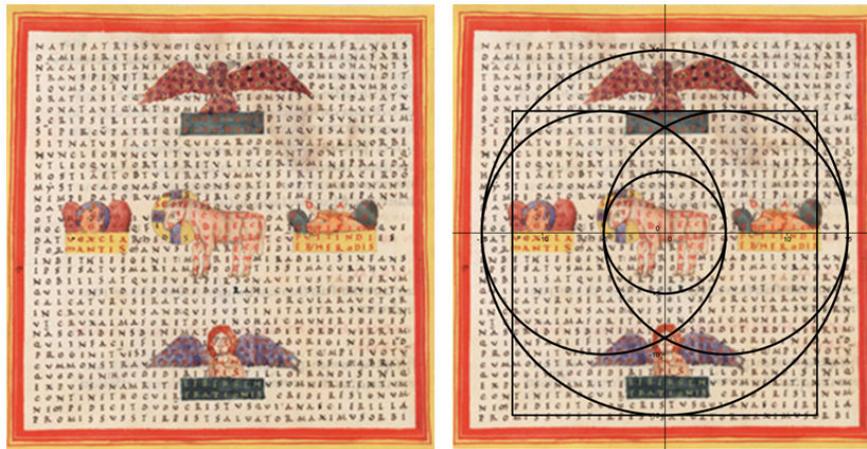
Jerusalén Celeste - Manuscrito del siglo IX



Crismon románico



Beato de Burgo de Osma - Jerusalén celeste y vesica

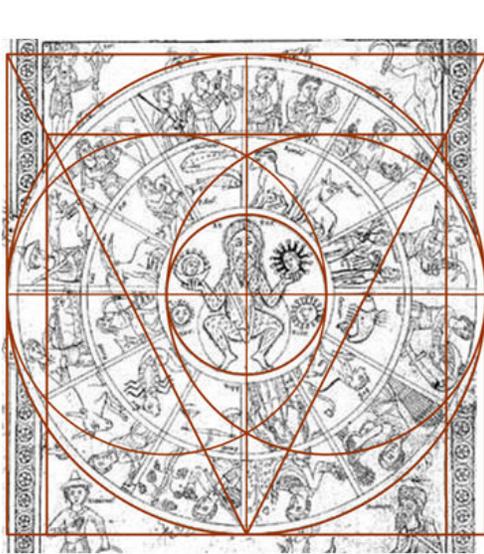


Rabano Mauro - Siglo IX

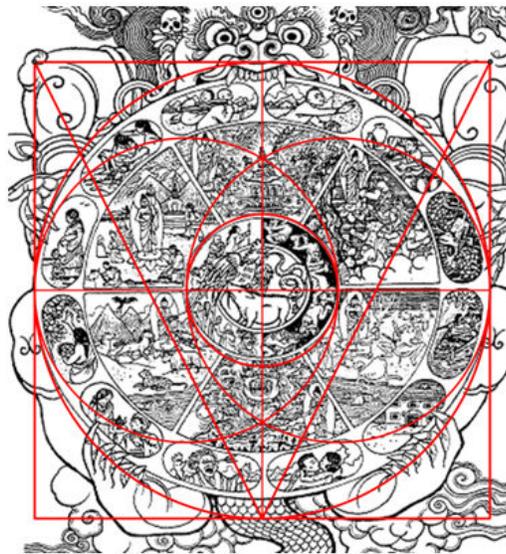
En el célebre tapiz de Gerona, el Cristo ocupa el círculo central de la vesica (1/9 del mayor) desde donde rige la creación del mundo.



Tapiz de la Creación, Siglo XII



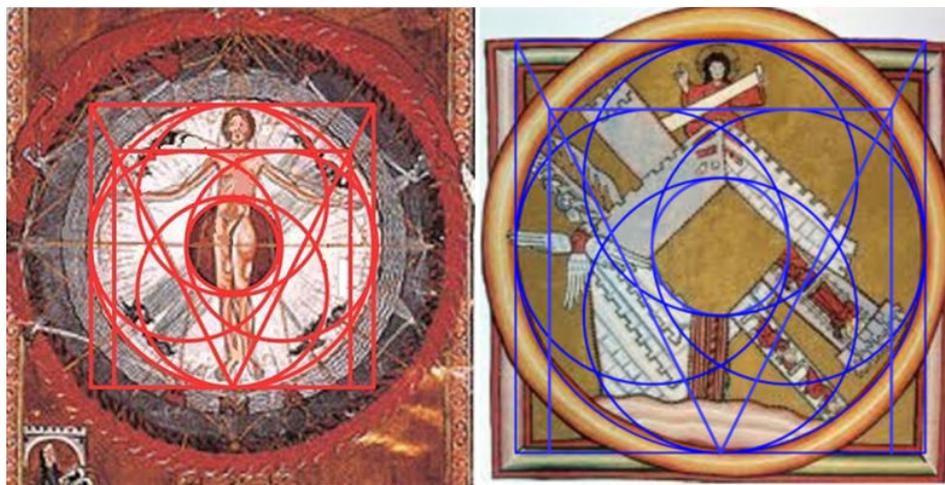
Calendario de Suabia



Rueda de Dharma budista

En el Calendario de Suabia, el centro pertenece al *Annus*, personificación del año, a cuyo alrededor giran el Zodíaco y los 12 meses. El rey Annus tiene en sus manos la luna y el sol que corresponden a los dos círculos de la vesica, el pez aparece semiculto en las vestiduras de su majestad. La Rueda del Dharma budista que ilustro presenta también, entre los dientes de un dragón, la división vesical del círculo.

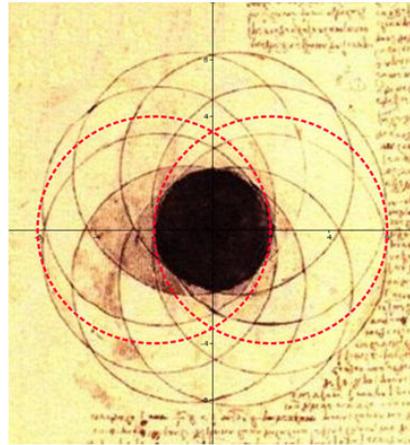
La métrica del hombre de Hildegarda muestra igual estructura; varios círculos concéntricos el menor de los cuales, cuya superficie es $1/9$ del inmediato siguiente, constituye el núcleo central de la ilustración. Este núcleo que es identificable en muchos de sus dibujos. La mística doctora utiliza también un sistema no concéntrico, semejante al de Leonardo, en que el círculo se apoya en la base del cuadrado. (Ver ilustración)



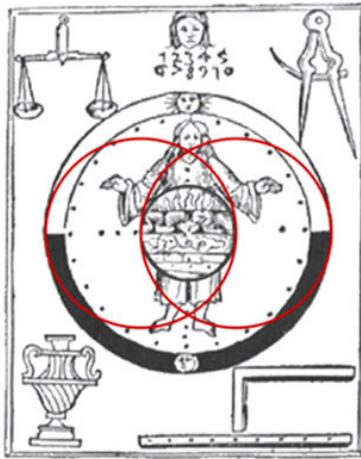
Hombre de Hildegarda y Métrica de Leonardo



Hildegarda – Esquema y núcleo de 1/9



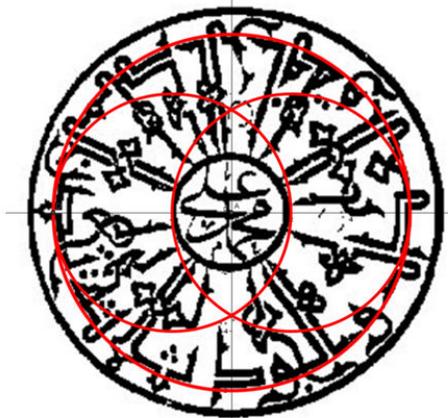
Leonardo - Vesicas y núcleo de 1/9



Alberto Magno - *Philosophia Naturalis* (1650)



Cosmografia de Robert Flud, siglo XVII



Caligrama Árabe



Calendario Maya

Jung, que muestra singular interés en Hildegarda, talla en piedra un mandala cuya estructura subyacente obedece la métrica analizada; en el centro aparece Telésforo, el semidiós de la curación, rodeado por una inscripción en griego que dice:

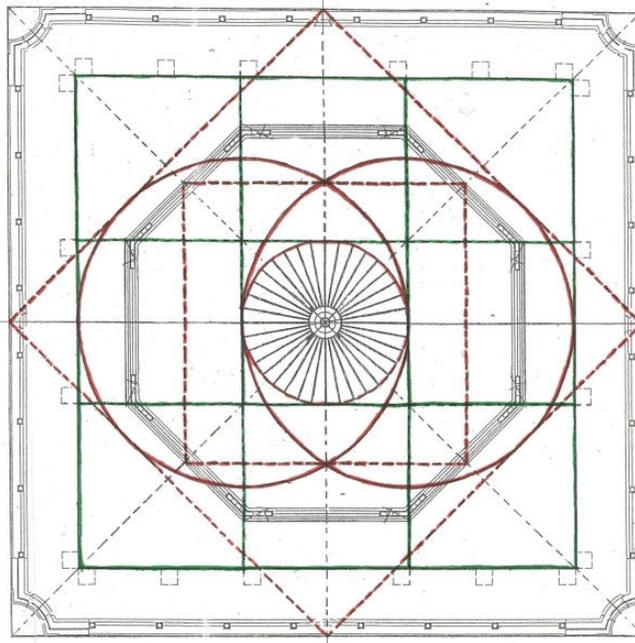
“Este es Telésforo, que vaga en las oscuras regiones de este cosmos y brilla como una estrella de las profundidades. Él señala el camino hacia la puertas del sol y la tierra de los sueños.”



Jung – Mandala en piedra

El santuario del Báb guardando la simbología de la Jerusalén Celeste, responde al mismo motivo sacrificial de las cosmologías hindú y cristiana; contiene al “Hombre Perfecto” en su cuadrado, “Puerta” del cielo y víctima primordial, con cuyo sacrificio se origina el mundo.

El esquema vesical está indisolublemente ligado a la estructura del edificio; no solo determina la edificación primitiva (cuadrado en verde) y su división en 9 recintos, sino también el octógono (cuadrado determinado por el cruce vesical) y la superestructura que lo completa (duplicación del cuadrado rojo punteado). La vesica define además en el plano el copete de la cúpula y sus 36 radios generados, como luego explicaremos, por la curva denominada hipocicloide.



Planta del Santuario del Báb y Métrica de Leonardo

Modernos Desarrollos Métricos

René Descartes escribe, como apéndice del *Discurso del método*, un revolucionario tratado matemático: *La geometría*; aplicación del álgebra a la geometría por medio de un sistema de coordenadas, que permite no solo expresar las curvas mediante ecuaciones sino, también, el increíble camino inverso, interpretar las ecuaciones como curvas.

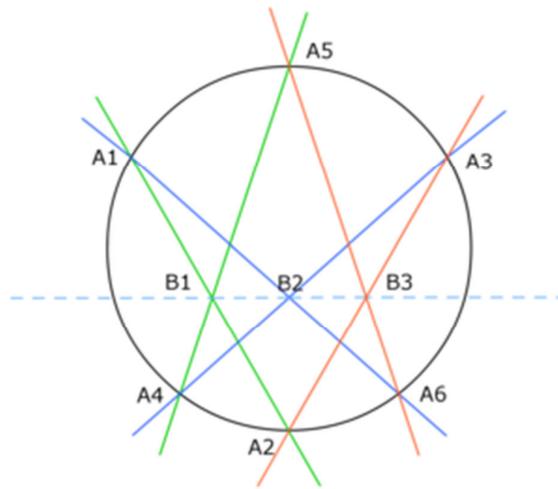
Si la leyenda es cierta, toda leyenda lo es en cierto sentido, descubre al despertar, tendido sobre su cama, como representar un punto por medio de un par de números que indiquen su posición respecto de dos de las paredes de su cuarto. En resumen, Descartes vislumbra la geometría analítica oficiando, al igual que Da Vinci, como eje de su sistema; el hombre enmarcado contiene el patrón métrico.

El “conócete a ti mismo” y la “duda metódica” están en última instancia referidos a un fondo invariante ligado a la “reminiscencia” y las “ideas innatas”.

Los sólidos platónicos son también compartidos como objeto del conocimiento. Descartes demuestra el *Teorema de los defectos angulares*, equivalente a la fórmula de Euler que relaciona el número de vértices, caras y aristas de un poliedro convexo.

Contemporáneo de Descartes, Gérard Desargues formula los principios fundamentales de una nueva geometría, germinalmente contenida en la métrica perspectiva de los renacentistas: La Geometría Proyectiva.

Blas Pascal, un joven de dieciséis años conocedor de la obra de Desargues, escribe un admirable ensayo sobre las secciones cónicas en el que formula el teorema denominado *hexágono místico*, pieza clave de la geometría proyectiva. Determina en el mismo que si un hexágono cualquiera se encuentra inscrito en una sección cónica, y se prolongan los pares opuestos de lados hasta cruzarse, los tres puntos de intersección (B1, B2 y B3) se hallaran ubicados sobre una línea recta, la “línea de Pascal” de esta configuración.



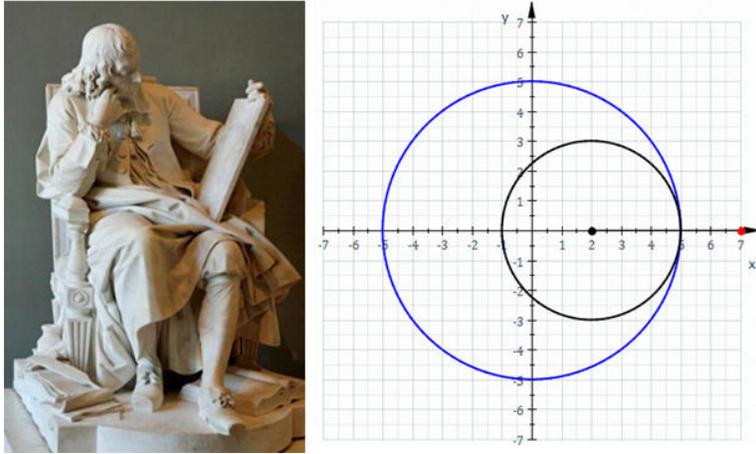
Hexágono místico - Teorema de Pascal

Hacia 1657, tras dedicar tres años a escritos teológicos, se siente fascinado por ciertas líneas curvas, las cicloides, las epicicloides y las hipocicloides. Es posible que figuras como el pentalfa, admirada por los pitagóricos, o de algún otro tipo vinculada con estas curvas, representen para él la imagen del universo creado por la Divinidad.

Apodada “Helena de Troya de la Geometría”, por haber seducido la mente de matemáticos y pensadores, la cicloide es estudiada por Nicolás de Cusa, por el monje y matemático Mersenne y por Galileo que le da nombre. Descartes obtiene la fórmula de la recta tangente en un punto cualquiera del arco de la cicloide, empleando métodos que desarrolla luego en la geometría diferencial. Gilles Personne de Roberval demuestra que el área de la región de un bucle de cicloide era tres veces el área correspondiente a la circunferencia que la genera y Christopher Wren, arquitecto de San Pablo, que la longitud de la cicloide es equivalente a cuatro veces el diámetro de la circunferencia generadora.

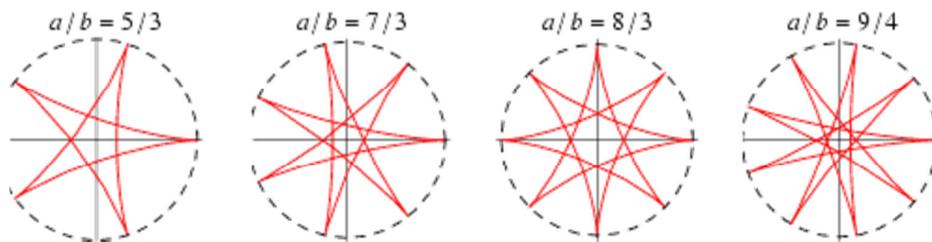
Pascal construye un mecanismo, formado por ruedas dentadas numeradas, a fin de analizar sus propiedades y les dedica un poético elogio:

“(…) no son flores primaverales sujetas al cambio de las estaciones, sino que, por haber sido recogidas en los más bellos jardines de la geometría, son más bien amarantos que no se marchitaran jamás”⁵³



Pascal, abstraído en la observación de una cicloide - Museo de Louvre.

La hipocicloide es la curva descrita por un punto de una circunferencia cuando sin deslizarse rueda por el interior de otra circunferencia fija. Tiene la propiedad de dividir el círculo generatriz en puntos que determinan los vértices de estrellas y polígonos regulares.

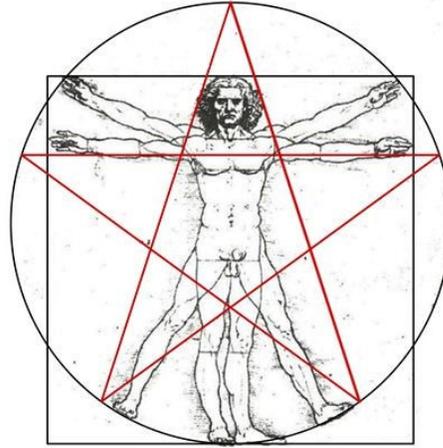
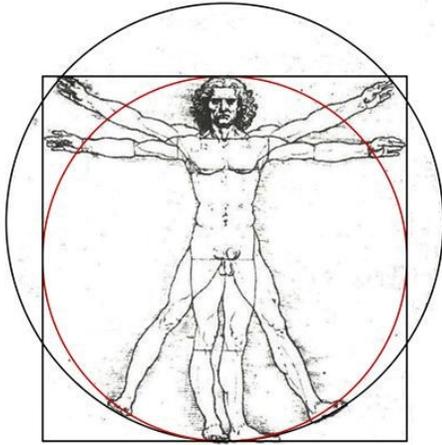


Estrellas pentagonales, heptagonales, octogonales y eneagonales generadas por hipocicloides

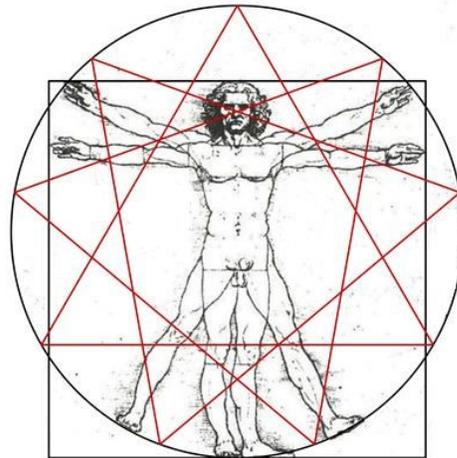
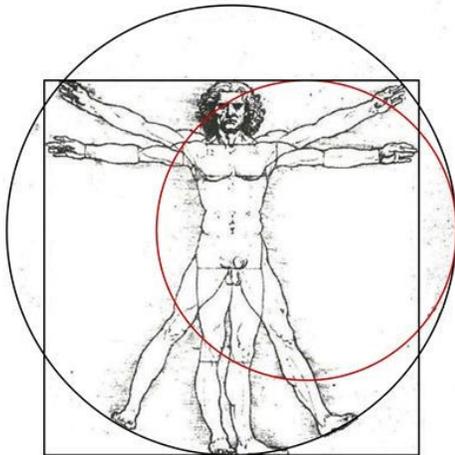
La métrica del hombre de Leonardo contiene dado sus proporciones las hipocicloides generadoras tanto del pentalfa, polígono estrellado vinculado con el número áureo, como del eneágono. El diseño de Leonardo supone la división del espacio contenido en el círculo en $1/5$ y $1/9$, igual división realiza la estrella de Brunés con el cuadrado.

⁵³ Blas Pascal; carta a Sluse.

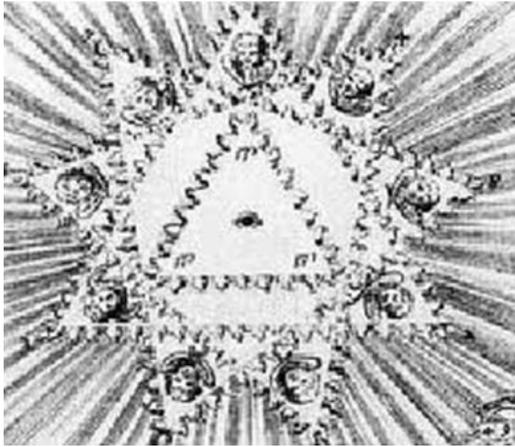
Ignoro si Leonardo conoció estas relaciones implícitas en su modelo. Tal vez en sus estudios de los engranajes advierte estos desarrollos cuya formulación matemática debe esperar a Pascal.



Hombre de Leonardo - Hipocicloide $a/b = 5/3$ y pentalfa



Hipocicloide $a/b = 9/4$ y eneágono



Kircher – Eneágono y coros angélicos



Estrella del Santuario del Báb



Cúpula inspirada en Ramon Llull, Mallorca



Cúpula del templo bahá'í, Nueva Delhi

Las cicloides y otras curvas, como la “rosa polar” estudiada por Guido Grandi, generan estructuras florales equiparables a las descritas por los místicos y profetas; entre estas: la rosa dantesca y la antigua metafísica floral zoroastriana que reaparece en los jardines del monte Carmelo.



Buda y el loto



Dante - visión de la rosa



Fuente y flor del Carmelo



William Blake – Flor de la visión dantesca

Dos siglos después de Da Vinci y Durero, Gauss realiza desde una perspectiva desacralizada nuevos desarrollos de la concepción métrica platónica.

Meditando en la teoría de números las propiedades de divisibilidad de los cuadrados perfectos, Gauss tiene su visión de:

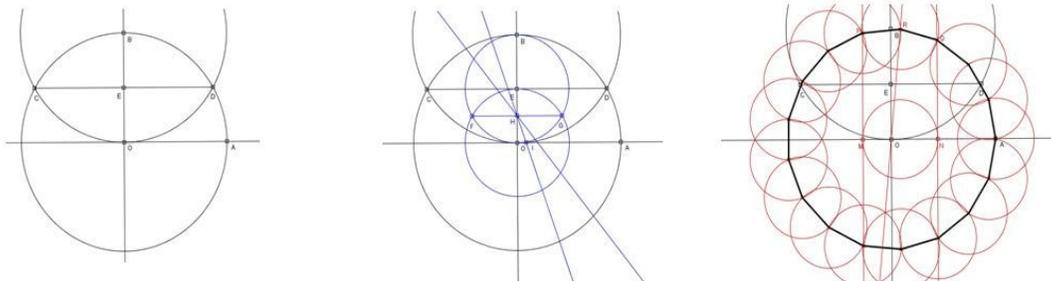
“Los principios en que se apoya la división del círculo en diecisiete partes...” “Meditando obstinadamente, y sobre bases aritméticas, acerca de la dependencia recíproca entre todas las raíces de la ecuación divisora de la circunferencia, durante unas vacaciones en Brunswick logré en la mañana del día mencionado (29 de marzo de 1796), antes de levantarme de la cama, ver esta dependencia del modo más claro, de forma que pude hacer la aplicación particular al polígono de diecisiete lados, y la correspondiente comprobación numérica.”

Gauss demuele con su hallazgo la suposición arraigada durante veinte siglos de que los únicos polígonos regulares construibles eran los contemplados en *Los Elementos* de Euclides.

El griego trató en los libros I y IV de su obra, el modo de construir con regla y compás polígonos regulares de 3, 4, 5, 6 y 15 lados. A partir de un polígono determinado y por medio de un elemental procedimiento de bisección, construyó polígonos con el doble de lados. Existen infinitos polígonos que no pertenecen a ninguno de los grupos analizados, como los de 7, 9 o 17 lados, no mencionados por Euclides por considerarlos no construibles.

Gauss definió además qué polígonos pueden construirse, demostrando que el procedimiento requiere que el número de lados sea, o una potencia de 2, o una potencia de 2 multiplicada por números primos distintos entre sí, del tipo de los llamados primos de Fermat. El joven Gauss estableció que aparte de los polígonos regulares de un número par de lados, sólo son construibles los de 3, 5, 17, 257, 65537 y demás primos de Fermat; demostrando que no pueden construirse el resto de los polígonos, entre ellos, los de 7, 9, 11 y 13 lados.

Johannes Erchinger muestra un método para construir el heptadecágono de Gauss, del que reproducimos 3 de los 64 pasos realizados; pueden observarse claramente las vesicas necesarias a la construcción.



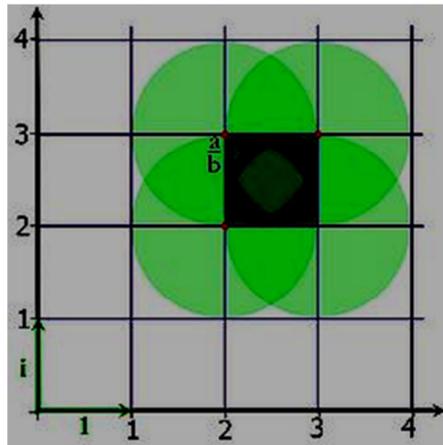
Johannes Erchinger - Método para construir el heptadecágono de Gauss

La vesica no tiene una aparición casual en la construcción del heptadecágono, sino que forma parte sustancial de la especulación del matemático.

Gauss aclara que el hallazgo de su polígono: “No es, en realidad, más que un corolario de una teoría mayor, todavía no acabada,…” El cuerpo principal de dicha “teoría mayor” es su obra sobre teoría de números: *Disquisiciones Arithmeticae*, en la que desarrolla la “Aritmética Modular”, un sistema que permite la resolución de ciertos problemas sobre los números enteros. Cuando se realiza, por ejemplo, la conocida prueba del nueve, se efectúa sin saberlo una operación de aritmética modular en la que el divisor es el 9.

Disquisiciones Arithmeticae continúa una concepción métrica que originada en Pitágoras y Platón, pasa por Nicolás de Cusa, Leonardo da Vinci y Gottfried Leibniz.

La aritmética modular ha sido apodada, “aritmética del reloj”, porque los números «dan la vuelta» al alcanzar un valor denominado Modulo. Gauss confirma dos milenios después la intuición platónica: la vesica hace su aparición en la *división euclídea* o *división entera* que está en la base de la aritmética modular.



Vesica - Ilustración de la división euclídea entre los enteros de Gauss

Especulando también sobre el concepto platónico de las magnitudes doble y triplemente extendidas, en su Teorema fundamental del álgebra, Gauss vislumbra una metafísica del espacio:

“Estas investigaciones llevan profundamente a muchas otras, incluso diría, a la metafísica de la Teoría del Espacio...pero es muy difícil expresarlo con palabras, y sólo logro ofrecer una imagen vaga que flota en el aire.”

El principio de “cuadrar” implica doblar el ángulo de rotación y cuadrar la longitud, acción representada en la siguiente ilustración:

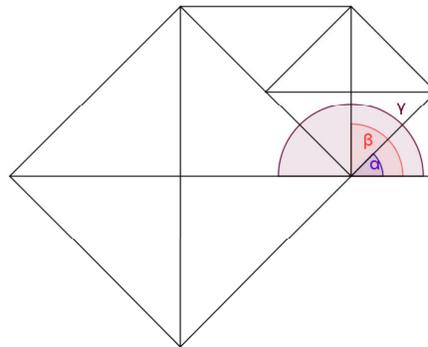


Ilustración del teorema fundamental del álgebra – Instituto Schiller⁵⁴

Gauss declaró sobre su teorema:

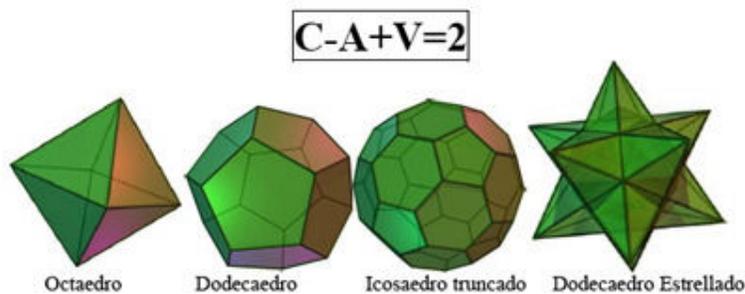
⁵⁴ <http://www.schillerinstitute.org/newspanish/institutoschiller/ciencia/VisibleTFalgebra.html>

“Fundamentalmente, el contenido esencial de todo el argumento pertenece a un dominio superior, independiente del espacio (euclidiano), en el que los conceptos generales de magnitud se investigan como combinaciones de magnitudes conectadas por continuidad: un dominio que, al presente, se ha desarrollado poco, y en el que uno no puede moverse sin tomar prestado el lenguaje de las imágenes espaciales”.

El matemático alemán siguiendo a Platón surgió de la mítica caverna con su visión no euclidiana del espacio.

Profundizando también la intuición geométrica platónica, grandes matemáticos modernos, Leonhard Euler, Ludwig Schläfli, Henri Poincaré, y Félix Klein, renovaron la importancia concedida por la antigüedad a los sólidos regulares.

Euler formula el Teorema de los Poliedros, que relaciona el número de caras, aristas y vértices de los mismos. Para cualquier poliedro, si C representa el número de caras, A representa el número de aristas y V representa el número de vértices se cumple siempre la relación:



La mencionada pregunta del *Laques*: “¿qué es lo que está en todas las cosas y es lo mismo?” tiene una respuesta en la fórmula de Euler, los poliedros tienen en común una propiedad invariante.

El estudio y la generalización de esta fórmula pueden considerarse como el nacimiento de una nueva rama de las matemáticas: la Topología.

Las propiedades topológicas de las figuras son las propiedades geométricas más profundas y fundamentales, ya que permanecen invariantes bajo los cambios más extremos.

El teorema de Euler muestra un invariante algebraico asociado a un espacio topológico, lo que significa que se mantiene bajo deformaciones continuas del objeto y tiene como consecuencia fundamental el que haya únicamente cinco poliedros regulares.

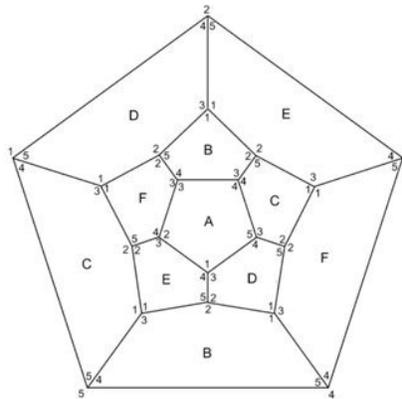
Henri Poincaré generalizando la fórmula de Euler abrirá nuevos caminos en el estudio de los poliedros y desarrollará una nueva rama de la matemática: la Topología. Llamada también *Análisis situs* esta ciencia

estudia las propiedades que permanecen invariantes en las figuras cuando son deformadas, dilatadas o plegadas, de manera que no se generen nuevos puntos, o se vuelvan coincidentes puntos distintos. La transformación admitida implica una correspondencia biunívoca entre los puntos de la figura original y los de la transformada, como también entre puntos próximos; propiedad esta última llamada *continuidad*. Se requiere que la transformación y su inversa sean continuas: así trabajamos con *homeomorfismos*.

Cuando dos entes geométricos se pueden deformar uno en otro mediante estas operaciones, reciben el nombre de *homeomorfos*; el cubo y la esfera, por ejemplo son homeomorfos.

Poincaré logró formular la medida de la estructura topológica de los cuerpos, la *homotopía* y definir el *grupo fundamental* o *grupo de Poincaré*, como el invariante algebraico homotópico. Si dos espacios X e Y son topológicamente equivalentes, es decir, homeomorfos, sus grupos fundamentales son isomorfos. El cilindro y la corona circular, por ejemplo, son homeomorfos, una transformación continua permite pasar de uno a otra. Con el matemático francés la concepción métrica del filósofo griego alcanza un grado de abstracción vedado a Euclides: el de una métrica cualitativa.

El dodecaedro platónico hace con Poincaré una nueva y rutilante aparición: la esfera de homología de Poincaré también llamada *espacio dodecaédrico de Poincaré*. Una construcción simple de este espacio se realiza con un dodecaedro. Cada lado se refleja con su lado opuesto utilizando un giro mínimo para alinearlos.



Espacio dodecaédrico de Poincaré

Escribe Poincaré en *La Valeur de la Science*:

“Más allá de la belleza sensible, coloreada y sonora, debida al centelleo de las apariencias, única que el bárbaro conoce, la ciencia nos revela una

belleza superior, una belleza inteligible únicamente accesible, diría Platón, “a los ojos del alma”, debida al orden armonioso de las partes, a la correspondencia de las relaciones entre ellas, a la eurytmia de las proporciones, a las formas y a los números. El trabajo del científico que descubre las analogías entre dos organismos, las semejanzas entre dos grupos de fenómenos cualitativamente diferentes, el isomorfismo de dos teorías matemáticas es semejante al del artista”.

Con el matemático francés la concepción métrica del filósofo griego alcanza un grado de abstracción vedado a Euclides: el de una métrica cualitativa.

El surrealista Salvador Dalí basándose en los estudios de M. Ghyka acerca de Divina Proporción y los poliedros regulares, se sirve del emblemático dodecaedro en una obra de evidente simbología cósmica, *El Sacramento de la Eucaristía en la Última Cena*.



Teorías científicas recientes, congenian con el pintor catalán; Jean-Pierre Luminet y sus colegas del Observatorio de París proponen que el universo tiene la topología del espacio dodecaédrico de Poincaré:

“La luz viaja a través de las caras de la misma forma, así que si nos sentamos dentro del dodecaedro y miramos hacia fuera a través de una cara, nuestra línea de visión vuelve a entrar en el dodecaedro por la cara opuesta”.

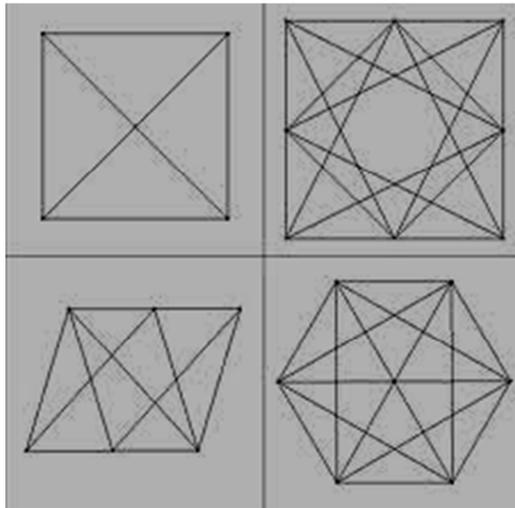
En 2008 se confirman algunas de las predicciones de esta teoría que aún carece de pruebas sólidas.

El matemático suizo Ludwig Schläfli descubre a mediados del siglo XIX un análogo multidimensional de la fórmula de Euler. Define los llamados politopos; generalización a cualquier dimensión de un polígono, o un poliedro. Un politopo regular es una figura con un alto grado de simetría. El cuadrado, el pentágono y el hexágono regular son politopos regulares en dos dimensiones. Los politopos en tres dimensiones comprenden los

sólidos de platón. Existen también ejemplos en mayor número de dimensiones.

Schläfli demuestra que solo existen tres politopos regulares convexos cuando las dimensiones son cinco o más.

Llamado polícoro, un politopo regular convexo de 4 dimensiones es un politopo de 4 dimensiones regular y convexo. Son los semejantes en 4 dimensiones de los poliedros platónicos en 3 dimensiones y los polígonos regulares en 2 dimensiones.



Politopos regulares convexos de 4 dimensiones

Félix Klein, en su obra *El icosaedro y la solución de las ecuaciones de quinto grado*, estudió los grupos de simetrías de los poliedros regulares. Estos grupos permiten explicar la dualidad entre el octaedro y el cubo, así como entre el icosaedro y el dodecaedro, y en general situar la teoría de los sólidos platónicos en una nueva perspectiva, relacionándola con distintos campos de las Matemáticas como la Teoría de Grupos y la resolubilidad de las ecuaciones algebraicas mediante radicales.

En su libro *Problemas famosos de la geometría Elemental (1897)* también ha tratado el problema de la duplicación del cubo y la demostración de su imposibilidad.

Klein ha descubierto un hecho fundamental: cada geometría, euclidiana, afín, proyectiva, topológica, u otras, consiste en ciertas propiedades que no cambian cuando se le aplican un tipo determinado de transformaciones; y dichas propiedades, por permanecer constantes, son denominadas invariantes. Las transformaciones mencionadas tienen la estructura matemática descubierta por Emile Galois y conocida como grupo algebraico o grupo de transformaciones.

El concepto de grupo surgió del estudio de ecuaciones polinómicas. Galois, extendiendo los trabajos de Ruffini y Lagrange dio un criterio para la resolución de una ecuación polinómica particular en términos del grupo de simetría de sus raíces. Considerando que cada tipo de ecuación tiene su peculiar simetría logró interpretar su “código genético”, el grupo de Galois de la ecuación; demostró que dado que el grupo de permutación $S(5)$ no es soluble, la ecuación general de quinto grado tampoco lo es. Para halago de Platón, el grupo $S(5)$ es también el grupo de simetrías del icosaedro.

La estructura de “grupo” ha ido incrementando, desde su descubrimiento en el siglo XIX, su dominio en distintos campos de las matemáticas. Puede ser definida como un conjunto de elementos (el de los números enteros, por ejemplo) ligados por una operación de composición (por ejemplo, la suma) que, aplicada a elementos del conjunto, nos devuelve un elemento del conjunto; existe además un elemento neutro (en el caso elegido, el cero) que, compuesto con otro, no lo modifica ($n + 0 = 0 + n = n$), y existe fundamentalmente una operación inversa (en nuestro ejemplo, la sustracción) que, compuesta con la operación directa, da el elemento neutro ($n + n - n = -n + n = 0$). Por último, las composiciones son asociativas ($(n + m) + 1 = n + [m + 1]$).

Los términos de la estructura de grupo no son considerados en sí mismos sino en sus relaciones. Constituye por lo tanto, un sistema de relaciones y transformaciones regulado por una coherencia interna. Esto permite manejar entidades de orígenes matemáticos distintos con gran flexibilidad, conservando aspectos estructurales claves en múltiples objetos.

Poincaré comenta: “Todas las matemática son una cuestión de grupos”.

Los grupos algebraicos tienen un lugar capital en la física moderna. Simetría e invariancia son dos postulados fundamentales de la teoría de Einstein. La Teoría de la Relatividad Restringida representa una teoría de las simetrías del tiempo y del espacio vacío, definidas por el grupo de Poincaré.

El Teorema de Noether vincula las simetrías continuas con las leyes de conservación. Tanto la rotación, como las traslaciones en el espacio y el tiempo representan simetrías básicas de las leyes de la mecánica.

La indisoluble relación entre estructura y conocimiento es también planteada por Bertrand Russell, que basándose en el análisis lógico de los fundamentos de la física desarrolló una teoría relacional del tiempo y del espacio en *Introducción a la Filosofía de la Matemática*, (1919):

*“(...) se dice a menudo que el espacio y el tiempo son subjetivos, pero tienen una contrapartida objetiva; o que los fenómenos son subjetivos, pero son provocados por cosas en sí mismas, las cuales deben tener diferencias **inter se** que corresponden con las diferencias en los fenómenos que ellas provocan. Cuando se hacen tales hipótesis, generalmente se supone que podemos conocer muy poco acerca de las contrapartidas objetivas. En realidad, sin embargo, si las hipótesis, tal como constan, fueran correctas, las contrapartidas objetivas formarían un mundo que tendría la misma estructura que el mundo de los fenómenos... Brevemente, cada proposición que tuviera un significado comunicable debería ser cierta en ambos mundos o en ninguno de los dos: la única diferencia debe estar en esta esencia de individualidad, que siempre elude las palabras y frustra las descripciones, pero que, por la misma razón, es ajena a la ciencia”⁵⁵.*

La influencia de este escrito de Russell ha sido enorme, relevantes científicos lo toman como base de sus teorías. James R. Newman comenta:

“La teoría de grupos también ha ayudado a los físicos a penetrar en la estructura básica del mundo de los fenómenos y a entrever configuraciones y relaciones más íntimas. Debe observarse que es tan profunda como probablemente pueda llegar a serlo la ciencia. Incluso si no aceptamos la idea de que la última esencia de las cosas es modelo, podemos concluir con Bertrand Russell que cualquier otra esencia es una individualidad (...)”⁵⁶

Eddington, inspirándose en Russell, centra en la idea de estructura su epistemología de la ciencia:

“La teoría matemática de la estructura es la respuesta de la Física moderna a una cuestión que ha preocupado profundamente a los filósofos (...) ¿Qué clase de cosas conozco? La respuesta es: estructura, o, para ser preciso, conocemos estructuras del tipo definido y analizado en la teoría matemática de los grupos(...) La aceptación de que el conocimiento físico es conocimiento estructural hace desaparecer todo dualismo de materia y conciencia ; de que en el mundo externo encontramos algo de una naturaleza tal que es inconmensurable con lo que encontramos en la conciencia; toda la Física nos revela en el mundo externo estructuras de grupo y estructuras de grupo también se encuentran en la conciencia .”

Creo significativo que Eddington, cuya obra supone “una reflexión sobre los principios básicos de toda medida” utilice como ejemplo de

⁵⁵ Citado por Sir Arthur Eddington, *La filosofía de la ciencia física*, pág. 200, Editorial Sudamericana, 1956, Buenos Aires.

⁵⁶ James R. Newman, *Sigma el mundo de las matemática*, t. 4, pág. 327 ediciones Grijalbo , 1983 España

operaciones integrantes de una estructura de grupo, las de duplicación y cuadruplicación:

*“Fuera de las matemáticas la afirmación “dos y dos son cuatro” es demasiado amplia; pero podemos hacerla más concreta si decimos que si “dos y dos” es un número, ese número es cuatro. En otros términos, si duplicar, triplicar, etc., son operaciones que se suponen integrantes de un grupo, esto es, un conjunto finito de operaciones tales, que aplicando una operación a otra de ese grupo resulta una nueva operación del mismo grupo, entonces el elemento cuadruplicación del grupo se obtiene duplicando la duplicación”.*⁵⁷

El filósofo y matemático Cassius J. Keyser sostiene en su magistral conferencia sobre filosofía y teoría de grupos que el estímulo soberano del hombre es responder la pregunta: ¿qué es lo que permanece? La búsqueda de la invariancia constituye para este pensador el móvil fundamental del arte, la religión y la ciencia. El siguiente texto citado por Matila Ghyika, ilustra esta idea:

*“El pensamiento, tomado en su sentido más general para abarcar el arte, la filosofía, la ciencia – tomados a su vez en su acepción más general – es la búsqueda de lo invariante en un mundo en fluctuación”*⁵⁸

Keyser formula la pregunta clave: *“¿Es la mente un grupo algebraico?”*. Si bien duda en atribuir esta propiedad a la estructura mental del hombre corriente, la considera factible en los ejemplares extraordinarios:

*“Puede ser que un genio del llamado tipo universal – por ejemplo un Aristóteles o un Leibniz o un Leonardo da Vinci – posea una mente que tenga la propiedad de grupo.”*⁵⁹

El florentino con su aplicación intuitiva del, hoy denominado, “grupo de Leonardo” para añadir capillas y nichos al núcleo central de una iglesia sin alterar su simetría, parece avalar la teoría de idea de Keyser.

Paul Valery en su estudio del método de Leonardo ha escrito:

*“Hubiera podido escribirse de un modo absolutamente abstracto que el grupo más general de nuestras transformaciones, que comprende todas las ideas, todas las sensaciones, todos los juicios, todo lo que se manifiesta **intus et extra** admite un **invariante**”*⁶⁰

⁵⁷ Ibíd., Pag.189

⁵⁸ Matila C. Ghyka, *Estética de las Proporciones en la Naturaleza y el Arte*, pág. 254, Editorial Poseidón 1979, Barcelona.

⁵⁹ Newman, James R., *Sigma, El mundo de las matemáticas*, Tomo 4, pág. 347, Ed Grijalbo, 1983, España.

⁶⁰ Paul Valery citado por Matila C. Ghyka, *Estética de las Proporciones en la Naturaleza y el Arte*, pág. 258, Editorial Poseidón 1979, Barcelona.

La teoría de Keyser sobre Leonardo parece tener un antecedente en la *Enéada* tercera de Plotino: “En el alma sabia los objetos conocidos vienen a ser idénticos al sujeto que conoce, porque ella aspira a la inteligencia.”⁶¹

El matemático menciona que una idea similar a la de grupo ha rondado las mentes de numerosos pensadores desde la más remota antigüedad: la tradicional concepción del ciclo o del año cósmico.

Tras analizar lo que llama el sistema cerrado de transformaciones del universo del *De Rerum Natura* de Lucrecio, propone el estudio de *El Sueño de Escipión* de Cicerón y su estructura de 9 círculos isomorfa a la de numerosos sistemas tradicionales, el de Dante y el bahá'í, entre otros.



Macrobio – Ilustración de Comentario del sueño de Escipion



Dante – 9 círculos del paraíso



Hildegarda – 9 círculos angélicos

⁶¹ Plotino, *El alma, la belleza y la contemplación* (selección de las Enéada), pág. 107, Espasa-Calpe Argentina, 1950.

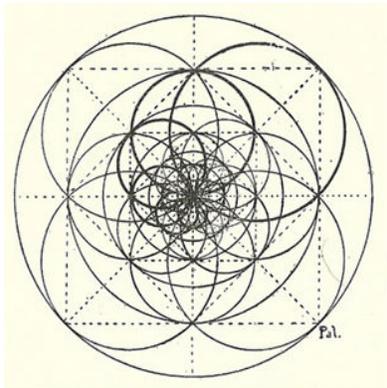
En este escrito del año 1922, Keyser vincula, por primera vez en la historia del pensamiento, la idea de arquetipo y la de estructura de grupo. Un relato, una metafísica o una obra arquitectónica pueden, sin distinción de género, estar cifrados en una misma estructura simétrica, en un grupo algebraico.

El epistemólogo y matemático Luciano Allende Lezama, basándose en Whitehead y Eddington, ha desarrollado un sistema, la Toposofía, en el que mediante la interrelación lógica de círculos y la teoría de grupos algebraicos formula una concepción del pensamiento y el lenguaje, y de sus vínculos con el universo físico; un moderno intento de *Ars combinatoria*.

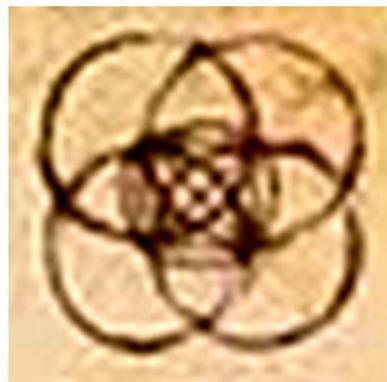
Evidente es el platonismo de Lezama:

*“El mundo físico es fluyente, cambiante, calidoscopio; pero hay algo inmutable en el fondo de los seres y de las cosas. Tales entes permanentes son los que buscaba Platón (...)”*⁶²

La duplicación del cuadrado forma parte también de su sistema; tanto su denominada “*estructura conceptual del átomo*” como su “*campo de configuración*” tienen como base la duplicación del cuadrado.

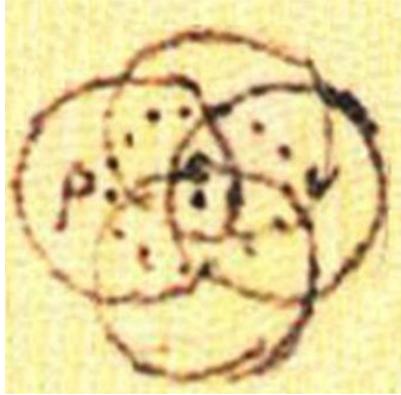


Estructura toposófica, A. Lezama



Esquema de Leonardo

⁶²Allende Lezama, L.P.; *Hombre, Mundo, Trascendencia*; pag.182, Ed. Asociación argentina de Epistemología, 1964, Argentina



Círculos secantes de Leonardo



Círculos secantes de Allende Lezama

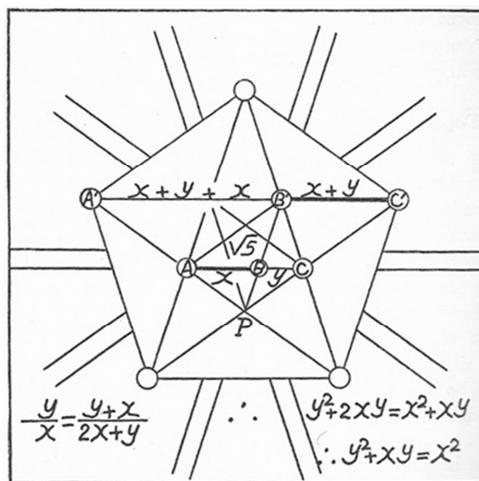
La vesica juega también un papel fundamental en el sistema de Allende Lezama. El epistemólogo la relaciona tanto con la estructura mental humana como con estructuras algebraicas claves de la física moderna.

La teoría de grupos tiene en la Toposofía un lugar central:

“Señalamos el concepto de “invariancia” como uno de los más elementales en toda especulación racional, y lo aplicamos en el mismo sentido en que lo utilizan los matemáticos desde que Klein formulara su “Programa de Erlangen”, mediante el cual reducía toda la geometría al estudio de un grupo.(...) pensamos lo invariante no como lo estático, sino como aquello que es constante en la relación(...) Asignamos a los hechos y fenómenos percibidos el carácter de transitoriedad , de fluencia , pero al mismo tiempo, nuestra mente establece lo permanente (invariante) dentro de las transformaciones”⁶³.

También Allende Lezama confiere singular importancia al número de oro y al pentágono. Según este epistemólogo, la relación áurea representa un invariante fundamental del pensamiento y de la estructura topológica del mundo físico.

⁶³ Allende Lezama L. P., *Hombre, Mundo, Trascendencia*; pág. 83, Ed Asociación argentina de Epistemología , 1964, Argentina



Allende Lezama - Ilustración de la relación aurea

Lezama, cuya concepción presenta analogías con la de Keyser, define la topología como: “*La estructura misma del intelecto humano*”

El mismo Allende nos dice de su Toposofía:

“*Estamos, dirían Lullio y Leibniz, en presencia de la configuración que esquematiza el aparato de pensar*”.

En consonancia con Galois, Russell y Keyser, la escuela matemática francesa de Bourbaki construyó en base al concepto de estructura el edificio de la matemática moderna. Campos tan diversos como la física nuclear, la filosofía, la antropología, la psicología, la economía y la literatura pasan a ser analizados estructuralmente.

Según Bourbaki, la evolución de las matemáticas ha revelado en forma paulatina su unidad profunda, mostrando tres tipos de *estructuras-madre* (algebraicas, topológicas y de orden).

André Weil, miembro de Bourbaki, en colaboración con el antropólogo Levi-Strauss, descifraron formalmente el código del parentesco humano, poniendo al descubierto que la estructura oculta del mismo consiste en un grupo algebraico.

El empleo de grupos algebraicos en la antropología estructural establece un isomorfismo entre determinadas estructuras tribales y grupos de simetría; la instalación de una aldea o el sistema de parentesco esconden una estructura algebraica.

Es significativo que el concepto de estructura de Levi-Strauss haya tenido su precedente en la lingüística, fue en definitiva el lingüista ruso Roman Jakobson quien lo utilizó varios años antes que los Bourbaki le dieran formulación matemática; logos y lenguaje prefiguran el hallazgo.

Según Levi-Strauss, los símbolos, elementos básicos de la lingüística y de la antropología, son entidades matemáticas propias de la mente humana; el inconsciente trabaja con estos elementos estructurales básicos, proyectándolos en el lenguaje y en el comportamiento de las sociedades. El antropólogo se atreve a suponer una convergencia entre mito y ciencia:

“(…) si desde el siglo XVII se podía creer que el pensamiento científico se oponía de manera radical al pensamiento mítico y que uno pronto debía eliminar al otro, cabe preguntarse si no estaremos observando los inicios de un movimiento en sentido inverso. (…) no se podría excluir la posibilidad de que el pensamiento científico y el pensamiento mítico un día acaben acercándose, tras haber seguido caminos divergentes durante largos años”⁶⁴

Jean Piaget, creador de la Epistemología Genética, utilizó también la teoría de grupo como base de su sistema. Este científico sostiene que en las “operaciones concretas” de los niños de los 7 u 8 años se observa un equivalente elemental de las tres “estructuras madres” de Bourbaki; lo que mostraría el carácter “natural” de estas estructuras.

Escribe Piaget:

*“(…)sorprende comprobar que las primeras operaciones de las que se sirve el niño en su desarrollo ,y que derivan directamente de las coordinaciones generales de sus acciones sobre los objetos, pueden precisamente distribuirse en tres grandes categorías, según su reversibilidad proceda por inversión, a modo de las estructuras algebraicas (…) Estos hechos parecen indicar que las estructuras fundamentales de los Bourbaki corresponden , bajo una forma naturalmente elemental (...), a unas coordinaciones necesarias para el funcionamiento de toda inteligencia desde los estadios asaz primitivos de su formación.”*⁶⁵

Inspirándose en Bourbaki y en Levi-Strauss, Jacques Lacan desarrollo una abstrusa teoría psicoanalítica según la cual el inconsciente está estructurado como un lenguaje, afirma este autor:

“Todo está en la estructura del lenguaje, que se revela en el inconsciente”.

⁶⁴ Claude Lévi-Strauss, *La antropología frente a los problemas del mundo moderno*, pág. 134, Libros del Zorzal, 2011, Argentina.

⁶⁵ Jean Piaget – *El Estructuralismo*, pág. 21, Ed Hyspamérica 1974 Argentina

Lacan recurre al análisis de símbolos y mitos en busca de las estructuras ocultas de la mente que supone vinculadas a la geometría topológica.

Si bien el psicoanalista francés ha recibido el crédito de vincular lenguaje, inconsciente y topología; Allende Lezama había planteado esta relación varios años antes.

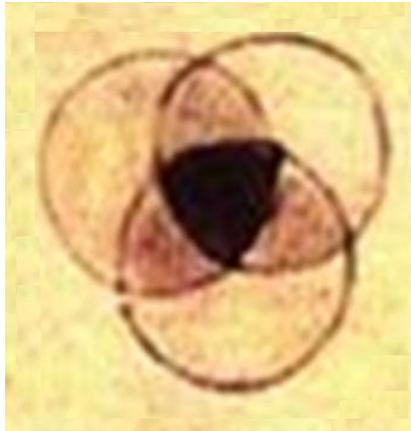


Diagrama de Leonardo

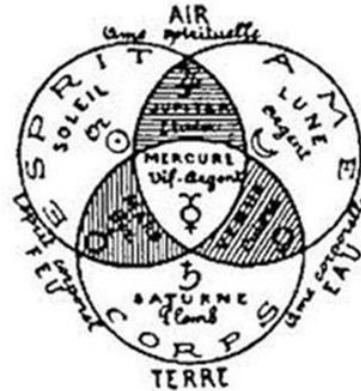


Diagrama Alquímico



Diagrama de Lacan

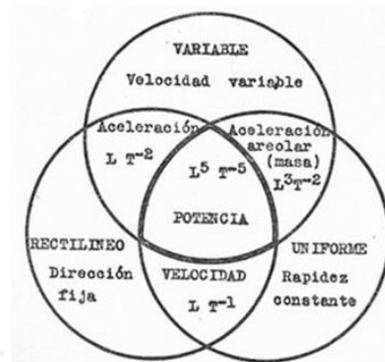
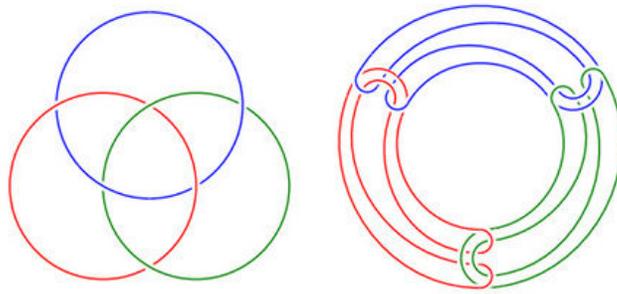


Diagrama de Allende Lezama

El físico Vitaly Efimov utilizó en 1970 para interpretar la relación entre determinadas partículas un modelo análogo a los anillos borromeos, denominado trimeros. La idea es considerada como una curiosidad matemática hasta que en el 2006 un equipo de físicos de la Universidad de Rice liderado por Randy Hulet demuestra la predicción de Efimov.



Trímeros de Efimov

Los trímeros establecen un vínculo entre la mecánica cuántica y la topología que permiten al físico noruego Nils Baas suponer que los anillos Borromeos son el ejemplo más simple de una tabla periódica completa de estructuras topológicas.

Simetría y teoría de grupos

“Tal es el poder de la simetría”

J. L. Borges

“El pensamiento parte de conceptos simples y simétricos”

Luciano Allende Lezama

La teoría de grupos algebraicos tiene un parentesco fundamental con la noción de simetría, representa la formulación matemática de las propiedades de la misma. Podemos definir una simetría como aquello que permanece invariable ante la acción de un grupo de transformaciones.

La aplicación de estas estructuras matemáticas en campos tan diversos como la cristalografía, la microfísica y la antropología ha puesto de manifiesto la profunda relación existente entre la simetría y la estructura de la realidad. Víctor F. Weisskopf ha mencionado en *La Física del Siglo XX*⁶⁶:

“(…) de alguna forma, la simetría de una flor está determinada por la simetría fundamental de un estado cuántico atómico”

⁶⁶ Weisskopf, Víctor F, *La física en el siglo XX*, pág. 220, Alianza Universal, 1972, Madrid.

En Física Matemática, el teorema de Emmy Noether demuestra que toda magnitud “conservada” en un sistema físico es resultado de una simetría; la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento en física, y la conservación de la probabilidad en la transformación de las leyes estadísticas son ejemplos de esta invariancia.

La teoría de la relatividad especial de Einstein representa un modelo geométrico que arroja ecuaciones simétricas conocidas como transformación de Lorentz que describen rotaciones del espacio- tiempo.

Según Mario Livio:

“Einstein se percató de que los requisitos de la simetría pueden ir primero y dictar las leyes que la naturaleza debe obedecer”⁶⁷

En la Teoría Cuántica la simetría aparece vinculada al concepto de partícula, en la que masa y espín se relacionan con ciertas representaciones del grupo de Poincaré. El físico Eugene Wigner ha escrito:

“Una partícula es una representación irreducible del grupo de Poincaré”.

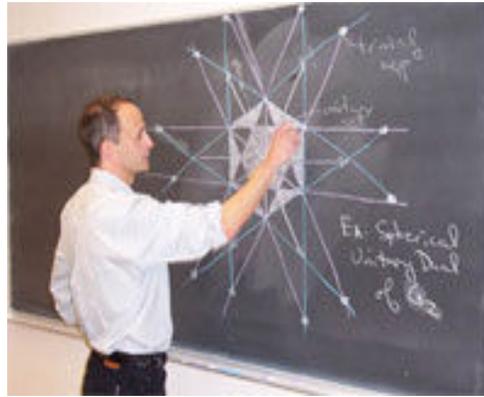
El principio rector del llamado modelo estándar, el más prometedor de la física actual, dicta simetría a sus ecuaciones que permanecen sin variación ante los cambios de perspectiva desde la que son formuladas.

Los grupos de Lie

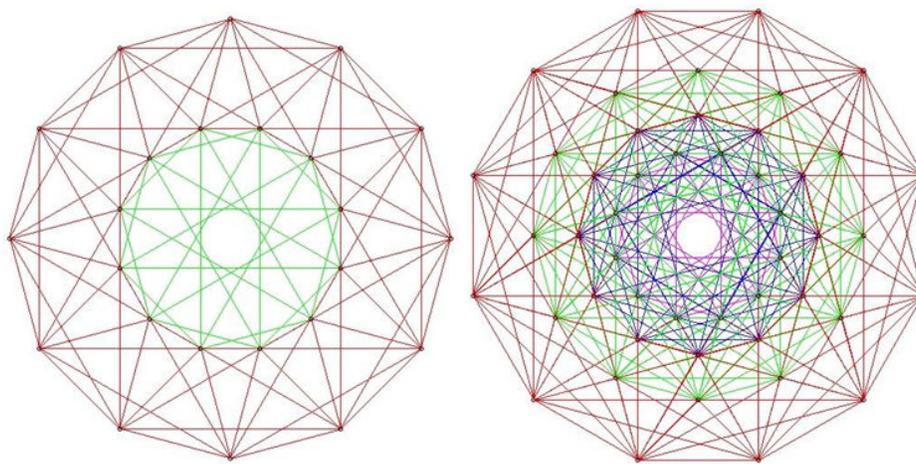
La obra cumbre de la teoría de grupos pertenece al noruego Sophus Lie que en la segunda mitad del siglo XIX descubrió un nuevo modo de contemplar la geometría.

Los grupos de Lie han penetrado en casi todas las ramas de la matemática y la razón es la simetría. Las simetrías expresan regularidades subyacentes del mundo, están íntimamente relacionadas con la naturaleza del espacio, el tiempo y la materia. Donde están presentes las simetrías subyacen los grupos de Lie: las rotaciones de la esfera, la simetría de un rosetón gótico, la simetría de la estrella de David son grupos de Lie.

⁶⁷ Mario Livio, *La Ecuación Jamás Resuelta*, pág. 226, Ariel, España, 2007.

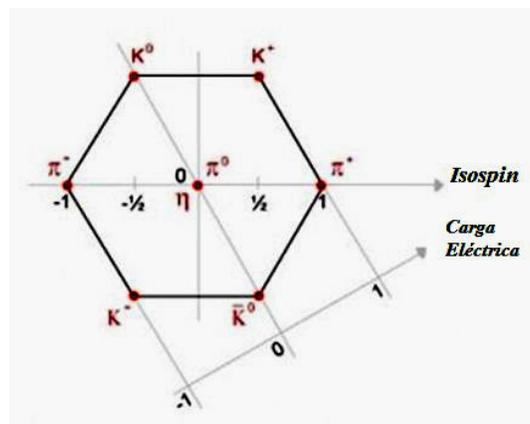


Grupos de lie y partículas elementales



Grupos Algebraicos D4 y E6

Una buena ilustración de lo dicho, es la estructura de 8 partículas subatómicas (bariones), descubierta por Murray Gell-Mann y llamada *Octuple Sendero* en alusión al budismo, intuición cristalizada en un grupo algebraico.



Vía óctuple de Murray Gell-Mann

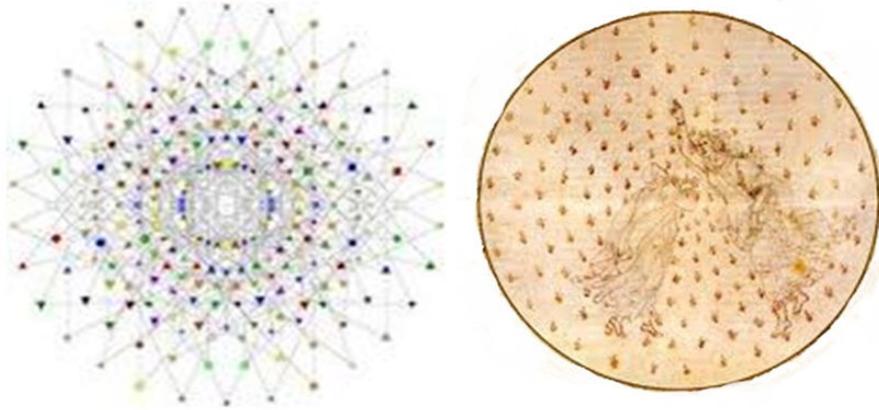
Un artículo del físico cuántico ruso A. B. Zamolodchikov, publicado en 1988, vinculó el cociente entre las masas de determinadas partículas elementales con el número de oro, planteando una simetría oculta relacionada con la estructura del grupo de Lie E8 que, como ya hemos mencionado, aparece en diversas teorías cuánticas de campos y modelos en microfísica. Esta teoría considerada una mera curiosidad matemática, adquirió gracias a los recientes experimentos de un equipo de físicos de la universidad de Oxford, un extraordinario interés. Neutrones disparados sobre moléculas de niovato descubrieron relaciones que en palabras de Radu Coldea, director del proyecto:

*“están en la proporción de 1,618... que es la proporción áurea, famosa en el arte y la arquitectura (...) esto refleja una hermosa propiedad del sistema cuántico, una simetría oculta muy especial llamada E8 por los matemáticos”*⁶⁸

Los físicos Leonardo Di G. Sigalottia y Antonio Mejias del Centro de Física del Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, plantean en su escrito *The golden ratio in special relativity* un vínculo entre el número de oro y “(...) la dilatación de los intervalos de tiempo y la contracción de las longitudes de Lorentz según lo predicho por la teoría de Einstein de la relatividad especial.”

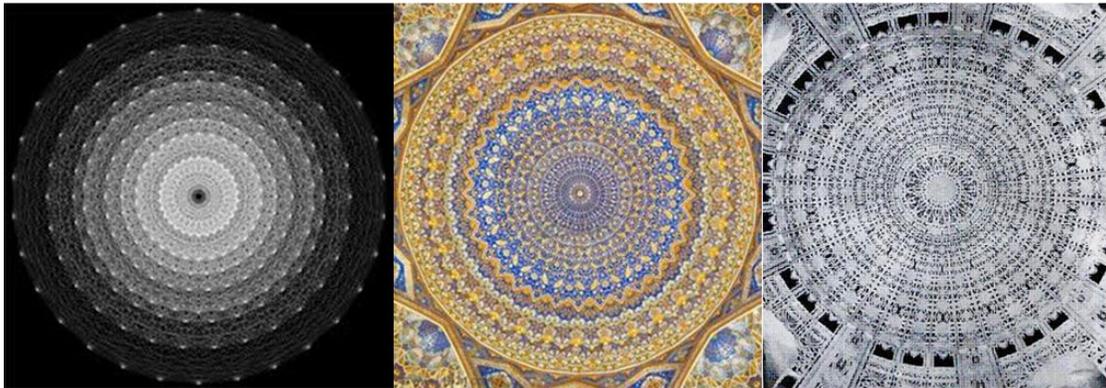
El físico Antony Garrett Lisi ha elaborado una teoría, tan elogiada como criticada por sus pares, que basada en la estructura del grupo de Lie E8, trata de aunar la teoría de gran unificación con la relatividad general. Este científico norteamericano elige el E8 como grupo de simetría interna para todas las partículas conocidas y las representa empleando determinados subgrupos.

⁶⁸ <http://physicsworld.com/cws/article/news/2010/jan/08/e8-symmetry-spotted-in-ultracold-magnet>



Garrett Lisi, el E8 y Dante y Beatriz (ilustración de Botticelli)

La simetría y el complejo entramado del E8 guardan cierta analogía con la estructura arquetípica representada por la cúpula de diversos templos.



E8, cúpula de la mezquita de Samarcanda y cúpula de templo bahá'í de Wilmette

Platonismo, Arte y estructura de grupo

Si bien la teoría de grupos es de formulación reciente, simetría e invariancia están, como hemos mencionado, en la base de la concepción platónica y de su idea matemática del arquetipo, razón por la que ambos conceptos reaparecen, a lo largo de los siglos, en la obra de pensadores, científicos y artistas de inspiración platónica.

El *Epinomis*⁶⁹, diálogo de Platón, posiblemente apócrifo, habla de las investigaciones de las medias geométrica y aritmética:

“Para el hombre que realiza sus estudios de la forma adecuada, todas las construcciones geométricas, todos los sistemas numéricos, todas las progresiones melódicas debidamente constituidas y el sistema ordenado de las revoluciones celestes, deberían revelarse a sí mismos, y lo harán, si, como digo, un hombre hace sus estudios con la mente fija en un solo propósito. Como tal hombre lo refleja, recibirá la revelación de un simple lazo de interconexión natural entre todos estos problemas”.

El mismo dialogo habla de: *“(…) el proceso mediante el cual la similaridad de los números que no son naturalmente similares se hace patente en términos de figuras planas”* esto, tal vez, está vinculado a la distinción que Platón hace entre números formales y números matemáticos, los primeros, según Teofrasto, son más fundamentales. I. M. Crombie escribe sobre el tema:

*“Los números formales son las propiedades numéricas dualidad, trinidad, etc. Como dice Sócrates en el Hippias Mayor (301-2) estas propiedades sólo las pueden poseer los grupos. (...) El énfasis que Platón ponía en los números formales era perfectamente apropiado, y desde luego importante. Pero fue mal comprendido por Aristóteles, y quedó para los modernos redescubrir la verdad de que los números son fundamentalmente los rasgos comunes de conjuntos de grupos que se pueden emparejar miembro a miembro entre sí. (Como cinco es el rasgo común a todos los grupos que se pueden emparejar con los dedos de mi mano izquierda). La existencia del número es la existencia de propiedades de este tipo. (...) Por tanto vale la pena explorar la posibilidad de que Platón estuviera intentando hacer algo del tipo de lo que intentaron Frege y Russell (...)”*⁷⁰.

El mismo Russell, comenta sobre su *Principia Mathematica*:

*“Y esto fue lo que hizo Frege, definiendo el número por medio de conceptos puramente lógicos. Su definición viene a ser fundamentalmente la misma dada por Whitehead y por mí en nuestros **Principia Mathematica**. (...) Un rasgo tal vez inesperado que resulta de esta definición es el de los números no pueden sumarse. Así como pueden sumarse un trío de manzanas y un par de peras para obtener cinco frutas, no es posible sumar la clase de todos los tríos con la clase de todos los pares. Pero, como ya vimos, este no es un descubrimiento tan nuevo después de todo. Platón ya había dicho que los números no pueden sumarse”*⁷¹.

⁶⁹ Platón, *Obras completas*, tomo 11, Medina y Navarro, Madrid 1872.

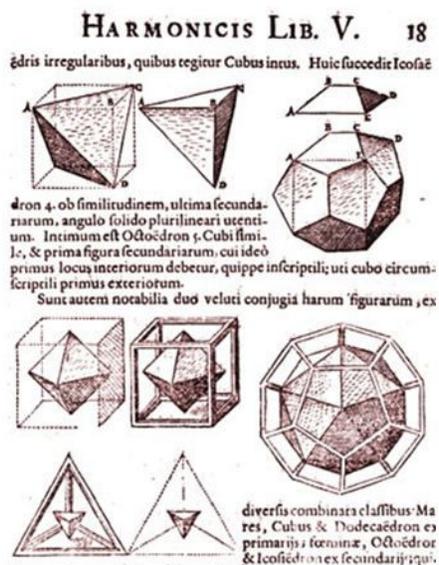
⁷⁰ Crombie, I. M., *Análisis de las doctrinas de Platón*, T 2 Teoría del conocimiento y de la naturaleza, pág. 436/7, Alianza Editorial, España, 1979

⁷¹ Bertrand Russell, *La Sabiduría de Occidente*, pág. 282, Ed. Aguilar 1964 España

Tras la huella de Platón, Jámbico hace un planteo que anticipa catorce siglos la utilización de los grupos algebraicos en la física teórica:

“(...) mirar las cosas iguales y simétricas entre los objetos cambiantes desde el punto de vista en que pueden ser comparadas con las formas matemáticas”⁷².

Kepler, al igual que Platón en el *Timeo*, abordó el problema de la generación de los elementos por medio de transformaciones geométricas, anticipando el uso de la teoría de grupos: *“¿qué clase de transformaciones crea a los elementos o “átomos”? ¿Qué acción produce, a partir del continuo del vapor de agua, los copos de nieve discontinuos en su forma geométrica específica?”*



Kepler – ilustraciones

Werner Heisenberg en *Diálogos sobre la física atómica* reconoció en la doctrina platónica el antecedente de la ciencia física actual:

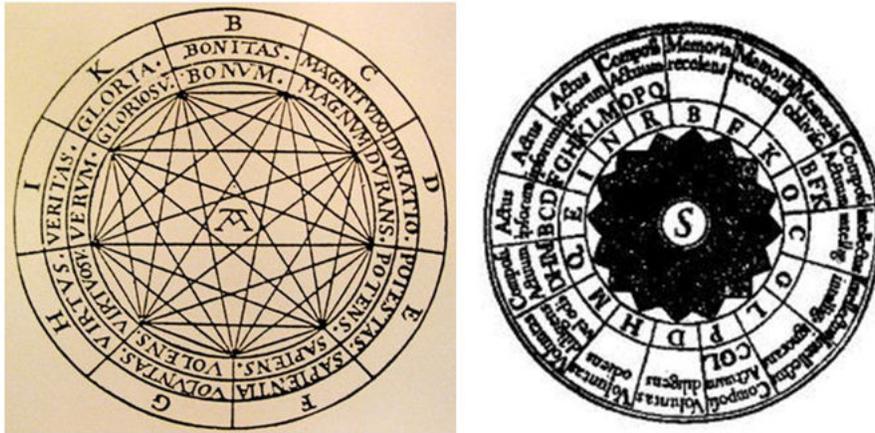
"(...) en el principio era el átomo. Pero, ¿Qué es lo que había en el principio? ¿Una ley de la naturaleza, una razón matemática, una simetría? En el principio era la simetría. Esto tenía resonancias de la filosofía platónica del Timeo, por lo que me vinieron otra vez a la memoria las lecturas que hice en el tejado del seminario de Múnich, en el verano de 1919”⁷³.

⁷² Sambursky, S, *El mundo físico a fines de la antigüedad*, pág. 78, EUDEBA, 1970, Argentina.

⁷³ Werner Heisenberg, *Diálogos sobre la física atómica*. B.A.C. pag.166. España

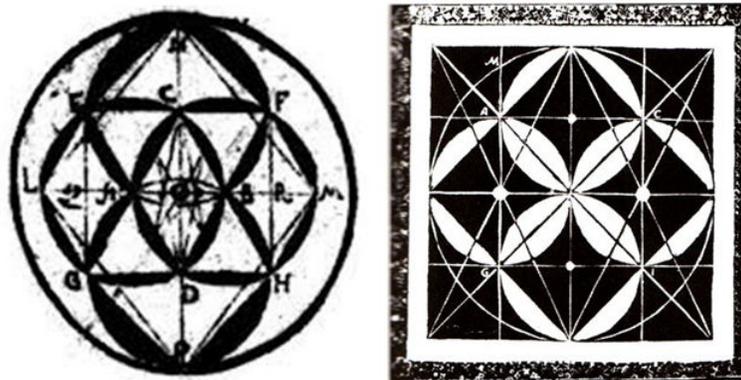
Entre los siglos XIII y XVIII varios filósofos intuyen los vínculos entre pensamiento, simetría y combinatoria; la máquina de pensar de Ramón Llull, los sellos de Giordano Bruno, el Ars Magna de Kircher y el Ars combinatoria de Leibniz tienen este origen.

La máquina de Llull pretende ser un sistema de conceptos y proposiciones que, por manipulación mecánica de polígonos inscritos, daría razón de todas las ciencias, incluida la teología. El mecanismo trabaja con los *Nombres Divinos*, arquetipos ontológicos de la totalidad de las cosas reales y posibles, es decir, responde a una versión cristiana del platonismo.

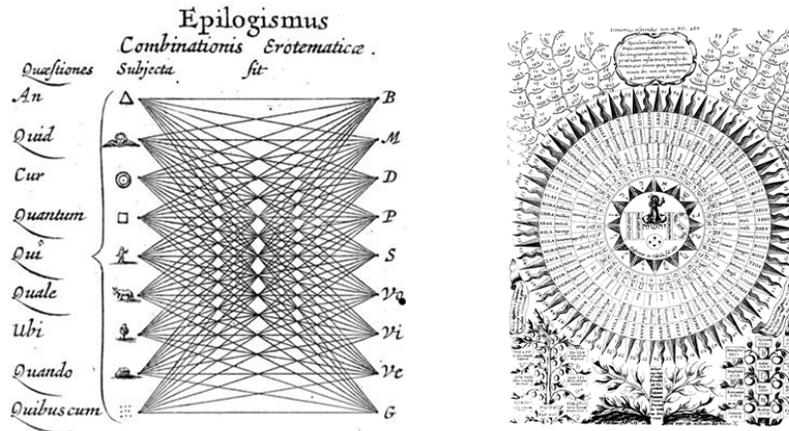


Máquina de pensar – Ramón Llull

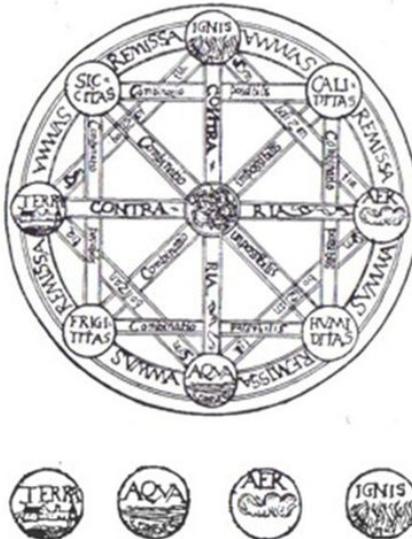
Según los sellos de Bruno, en la base de nuestros procesos mentales se encuentra una estructura simétrica isomorfa a la estructura del Cosmos. Los esquemas del arte combinatoria de Giordano Bruno emplean en ocasiones la vesica y la duplicación del cuadrado.



Vesica y Sellos del Arte combinatoria de Giordano Bruno

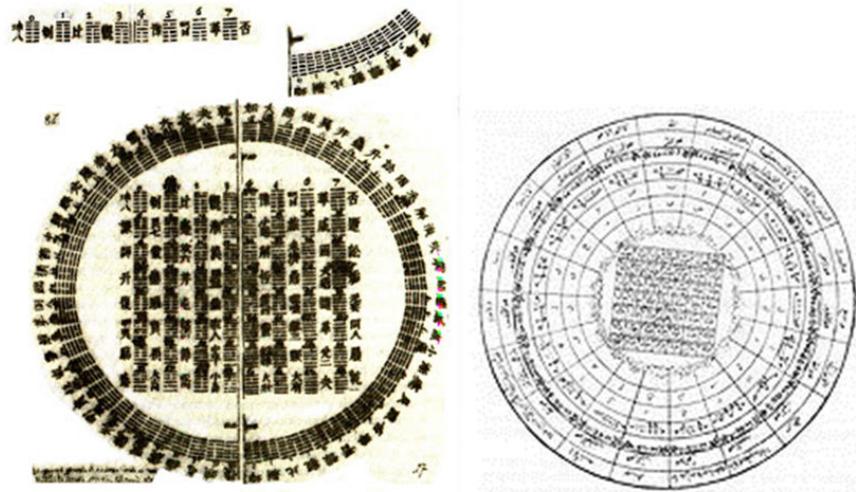


Kircher, 9 símbolos universales, combinatoria y representación de los Nombres de Dios



Ars combinatoria de Leibniz

Leibniz ha valorado la estructura formal de los hexagramas del libro chino de las metamorfosis, o *I Ching*, vinculándolo al cálculo binario y adjudicando su revelación al mítico Hermes Trismegisto.



Hexagramas con anotaciones de Leibniz

Diseño babi con anotaciones del Báb

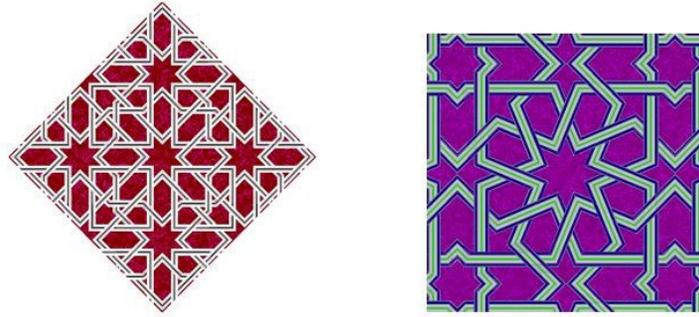
Hermann Weyl que estudio el concepto de simetría en campos tan distintos como el arte, la biología, la física y la teoría de grupos ha escrito:

*“¿descubrió el artista la simetría con que la naturaleza, por alguna ley inherente, ha dotado a sus criaturas, para copiar y perfeccionar luego lo que la naturaleza presentaba sólo en imperfectas realizaciones?; ¿o tiene otra fuente el valor estético de la simetría? Estoy inclinado a creer, como Platón, que la idea matemática es el origen común de ambos: las leyes matemáticas que rigen la naturaleza son el origen de la simetría en ella, la realización intuitiva de la idea en la mente creadora del artista es su origen en el arte (...)”*⁷⁴

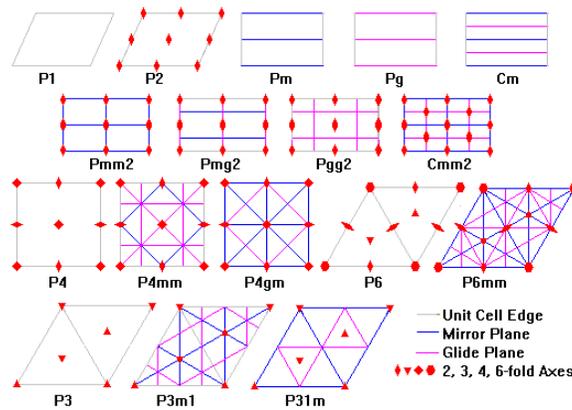
El arte musulmán del azulejo, vinculado a la mística de los Nombres divinos, se basa en la utilización intuitiva y, a la vez, exhaustiva de los 17 grupos algebraicos del plano; el matemático Marcus du Sautoy ha dicho:

“La Alhambra es un microcosmos de la simetría”

⁷⁴ Hermann Weyl, *Sigma el mundo de las matemáticas*, T. 4, pág. 269. Ediciones Grijalbo, 1983. España.

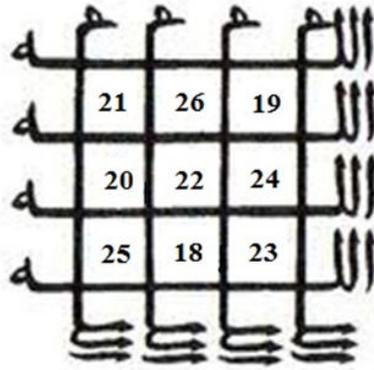


Azulejos árabes



17 Grupos de simetría en el plano

Los tradicionales cuadrados mágicos, asociados en ocasiones a los nombres y atributos divinos, y constituidos por series de números enteros dispuestos en un cuadrado o matriz de forma tal que la suma de los números por columnas, filas y diagonales principales sea la misma; deben su constante mágica, su invariante, podríamos decir a su estructura de grupo.



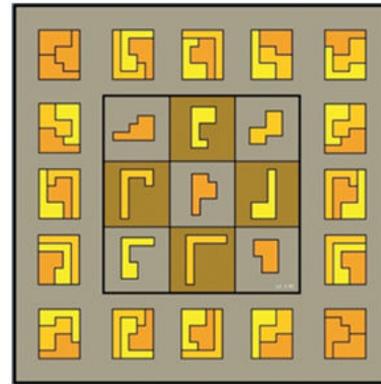
Cuadrado Mágico del Nombre de Dios



Cuadrado Mágico de Durer

Un curioso cuadrado mágico es el constituido por las expresiones decimales del número 19 ($k/19$, con $1 \leq k \leq 18$). Todas las filas, columnas y diagonales del cuadrado formado por estos números suman 81.

1/19 =	.0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	...
2/19 =	.1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	...
3/19 =	.1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	...
4/19 =	.2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	...
5/19 =	.2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	...
6/19 =	.3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	...
7/19 =	.3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	...
8/19 =	.4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	...
9/19 =	.4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	...
10/19 =	.5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	...
11/19 =	.5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	...
12/19 =	.6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	...
13/19 =	.6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	...
14/19 =	.7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	...
15/19 =	.7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	...
16/19 =	.8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	...
17/19 =	.8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	...
18/19 =	.9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	...

Cuadrado mágico del 19 y las expresiones decimales Cuadrado mágico con figuras geométricas⁷⁵

El cuadrado mágico ideado por Hans Freudenthal y Jacques Tits es una estructura que siguiendo la ancestral intuición, incluye los grupos de Lie excepcionales (entre ellos el mencionado E8) y permite vincularlos al sistema de números llamados octoniones que juegan un papel central en la actual teoría física de cuerdas. Los cinco grupos de Lie excepcionales son las simetrías de geometrías octoniónicas.

⁷⁵ Extraído de www.geomagicsquares.com

	R	C	H	O
R	50 ₂	50 ₃	50 ₅	50 ₉
C	50 ₃	50 ₄	50 ₆	50 ₁₀
H	50 ₅	50 ₆	50 ₈	50 ₁₂
O	50 ₉	50 ₁₀	50 ₁₂	50 ₁₆

Cuadrado mágico de Hans Freudenthal y Jacques Tits

Elaborada en el siglo XIX, la pedagogía de Friedrich Froebel, creador de los Kindergarten, platónico y amante de la arquitectura y la cristalografía, plantea la relación entre el desarrollo de la mente infantil y la aparición de estructuras simétricas. El educador desarrolló una serie de instrumentos didácticos, materiales cognitivos de carácter geométrico, denominados “dones”, que permiten al niño entender las matemáticas *realizando* las estructuras.

Hay en Froebel un anticipo de la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget y de la presencia de las estructuras de grupo en la mente infantil. Froebel tendría por suyo el siguiente concepto de Piaget⁷⁶:

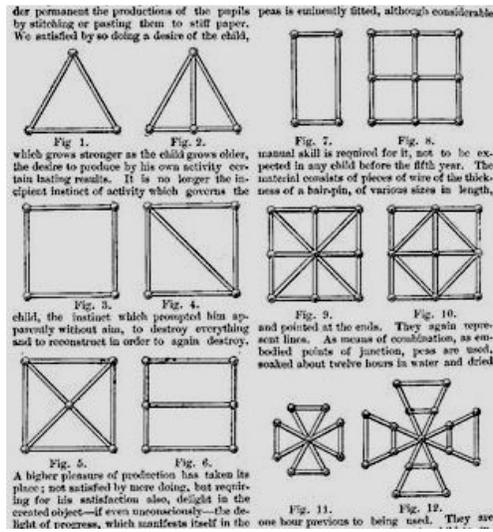
“existen (...) lo que podríamos llamar “experiencias lógico-matemáticas”, debido a que la información no se obtiene a partir de los objetos particulares en tanto que objetos físicos, sino a partir de las propias acciones que el sujeto ejerce sobre ellos, lo que no es precisamente lo mismo. (...) este papel inicial de las acciones y las experiencias lógico-matemáticas, lejos de constituir un obstáculo para el desarrollo posterior del espíritu deductivo, es precisamente la preparación necesaria para llegar a él, (...) las operaciones mentales o intelectuales que intervienen en estas deducciones ulteriores se derivan justamente de las acciones: se trata de acciones interiorizadas,...”

Los “dones” de Froebel parecen también asomar en el texto del epistemólogo:

“(...) el niño todavía no es capaz de razonar a partir de puras hipótesis expresadas verbalmente y tiene necesidad, para poder realizar una deducción coherente, de aplicarla a objetos manipulables, bien sea en la realidad o bien en la imaginación”⁷⁷

⁷⁶ Falta Nota

⁷⁷ Jean Piaget, *Observaciones sobre la educación infantil*



“Dones” de Frederick Froebel

Hay en la concepción de Froebel un empleo intuitivo de los grupos algebraicos, uno de sus dones, consiste en una estrella octogonal analizada por Leonardo.

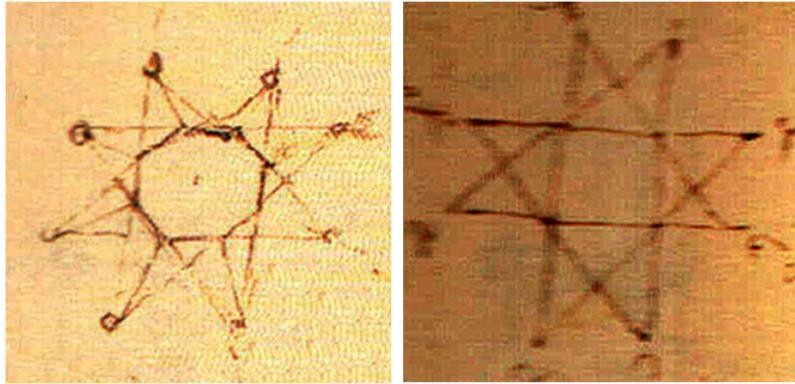
Da Vinci ha utilizado, también intuitivamente, el denominado “Grupo de Leonardo” para añadir capillas y nichos al núcleo central de una iglesia sin alterar su simetría. Este grupo aparece en las estrellas ornamentales de los jardines del monte Carmelo.



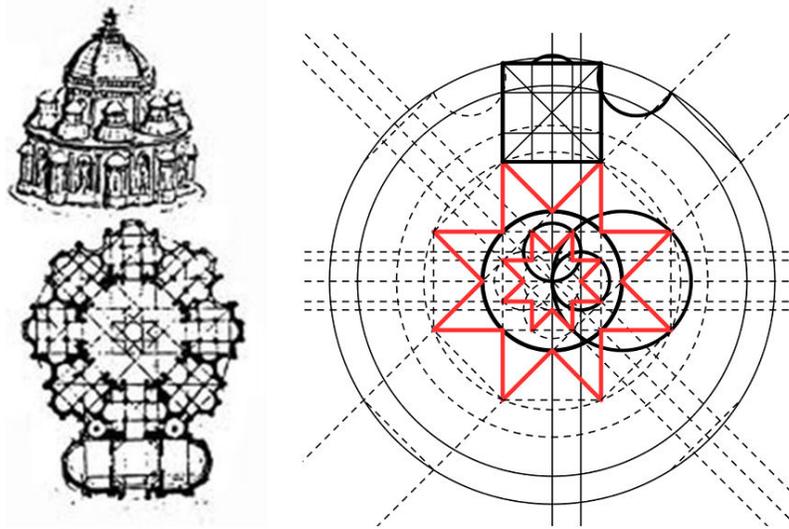
Estrella del Monte Carmelo



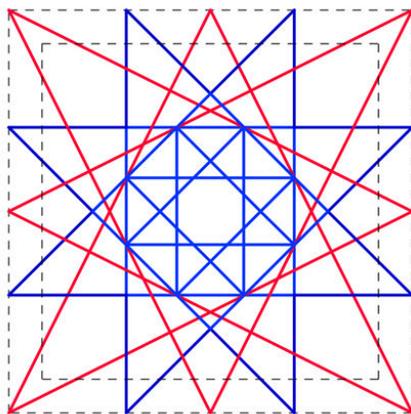
Estrella de Froebel



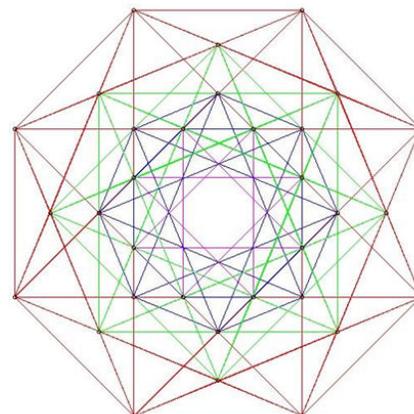
Estrellas octogonales en el Códice Atlántico de Leonardo



Iglesia diseñada con grupo de Leonardo - Análisis



Grupo de Leonardo y estrella de Brunés



Grupo de Lie E5

El arquitecto español Juan de Herrera, divulgador de Vitruvio y buen matemático, ha reflejado en su obra cumbre, el monasterio del Escorial, una metafísica platónica basada en el cubo y sus simetrías.

Esta concepción tiene su rúbrica en el fresco de la bóveda que cubre el coro alto, titulado “*La Gloria*”, en el que El Padre y El Hijo reposan sus pies sobre un bloque cúbico que sirve de altar.



Fresco de la bóveda del Escorial

En su “*Discurso de la Figura Cúbica*” Herrera comenta la metafísica geométrica que basada en el *Ars magna et ultima* de Raimundo Lulio informa su obra arquitectónica.

Herrera vincula los diseños del místico mallorquín con: “*la constitución de las superficies cuadradas en particular así en las cantidades continuas como en las discretas, y (...) la constitución de los sólidos cúbicos en particular así en las cantidades continua como en la cantidad discreta...*”

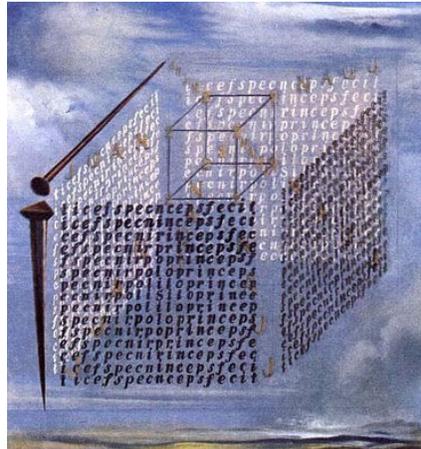
Ilustra el escrito una lámina con los 9 principios absolutos de Raimundo Lulio “*que todos, son llamados, en las criaturas, primitivos, verdaderos y necesarios, y en Dios, atributos y perfecciones divinas*”.

Dice el arquitecto español:

“*(...) porque así como esta figura cúbica tiene plenitud de todas las dimensiones que son en naturaleza con igualdad, así en todas las cosas que tienen ser y de que podemos tratar, debemos considerar la plenitud de su ser y de su obra (...), en todas las cosas está la figura cúbica, en lo natural como natural, en lo moral como moral, y que está otrosí en cada uno de los nueve principios absolutos y relativos de Raimundo (...)*”

Salvador Dalí inspirado en la metafísica geométrica platónica, plasma en su obra “A propósito del Discurso sobre la forma cúbica de Juan de Herrera”,

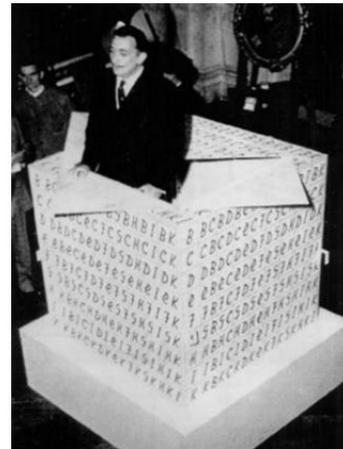
una visión a la vez cabalística y geométrica vinculada con el cubo. Dalí imprime sobre el cubo herreriano la inscripción de una piedra cuadrada originaria de la iglesia de Santianes de Pravia, en la que se lee diagonales y horizontalmente idéntica inscripción: *Silo Princeps fecit*.



Dalí - “A propósito del Discurso sobre la forma cúbica de Juan de Herrera”



Piedra de Santianes de Pravia



Dalí emergiendo del cubo

El artista catalán también realiza una especie de *Happening* en el que emerge de un cubo en cuyas caras aparece el cuadrado mágico de letras de la piedra de Santianes de Pravia. El cubo es ,además , una de las claves de la métrica de Dalí , basta con recordar su *Corpus Hiperbucicus*, óleo en el que Jesús y María aparecen vinculados con cubos de 3 y 4 dimensiones.

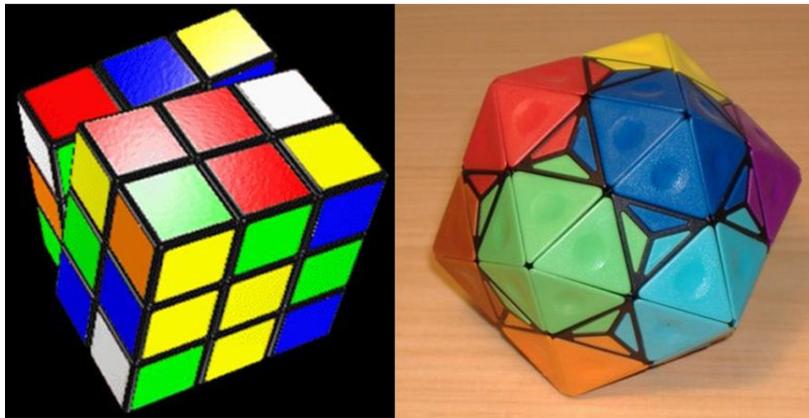
En definitiva, lo que inspira la mencionada obra de Herrera y la de Dalí basada en esta , es el sistema de combinaciones y permutaciones de Lulio

que pretende ser una lógica racional y un método de descubrimiento, lo que podríamos llamar: “Maquina espiritual”. Esta máquina sigue, en esencia, los mecanismos de la cábala hebrea, artefacto que conlleva matemática.

Escribe Mario Livio su libro sobre simetría y teoría de Grupos:

“Uno de los primeros estudios documentados sobre las permutaciones no se desarrolla en un libro de matemáticas, sino en uno de mística judía que se remonta a alguna fecha entre los siglos III y VI. El Sefer Yetzira (Libro de la Creación) que propone resolver el misterio de la creación analizando las combinaciones de las letras del alfabeto hebreo, las letras formarían bloques de construcción utilizados por la Divinidad: “2 letras forman 2 palabras, 3 forman 6, 4 forman 24, 5 forman 120, 6 forman 720, 7 forman 5040.”⁷⁸

El cubo y las permutaciones vuelven modernamente a vincularse en la obra de otro arquitecto, el húngaro Erno Rubik, creador en 1974 de un rompecabezas mecánico, el *Cubo Mágico*.



Cubo mágico y Dogic

Recientemente fue descubierto el número mínimo de movimientos necesarios para volver a reconfigurar cualquier cubo de Rubik, cifra a la que algunos especialistas en teoría de grupos llaman “el número de Dios”. Parodiando el cubo de Herrera, puede decirse que en este popular rompecabezas, la teología y la matemática son nuevamente vinculadas por la simetría.

Una interesante versión del juguete de Rubik, es el Dogic, un icosaedro cuyo grupo de permutación el S_5 es, como ya mencionamos, el utilizado

⁷⁸ Mario Livio, *La Ecuación Jamás Resuelta*, pág. 180, Ariel, España, 2007.

por Galois en la demostración de la imposibilidad de resolver una ecuación de quinto grado.

El biólogo y matemático escocés D'Arcy W. Thompson considerado "el primer biomatemático" es otro ejemplo de anticipación del papel que las estructuras de grupo pueden jugar en el desarrollo de las formas vivientes. En su obra *On Growth and Form* analiza cómo podrían describirse mediante transformaciones matemáticas las diferencias entre las formas de distintos animales.

Jean Piaget ha escrito:

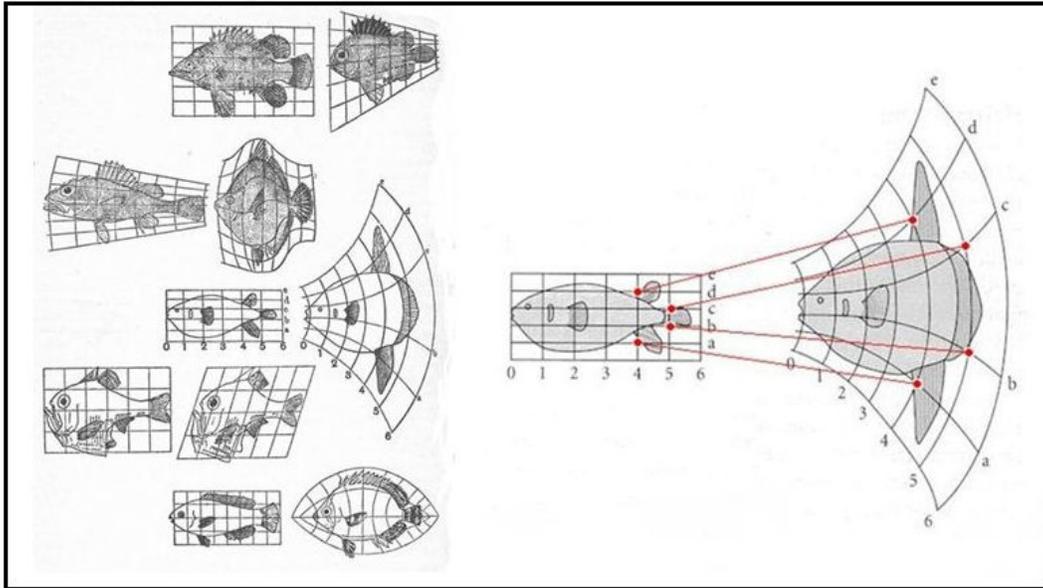
*"(...) en las transformaciones morfológicas estudiadas hace ya mucho tiempo por D'Arcy Thompson (Growth and Form, obra que antaño influyó en Levi-Strauss, como sus estudios de mineralogía), la vida es geometría (...)"*⁷⁹

Levi-Strauss, comentando los trabajos del biólogo los vincula tanto con las antes mencionadas "antropometrías" de Durero como con sus propias teorías:

*"El biólogo inglés mostró que haciendo variar los parámetros de un espacio de coordenadas era posible, por una serie de transiciones continuas, pasar de una forma viviente a otra forma viviente, y deducir con ayuda de una función algebraica los contornos sensibles que permiten distinguir por su forma, al golpe de vista, dos o más clases de hojas, de flores, de conchas o de huesos (...)"*⁸⁰

⁷⁹ Jean Piaget, *El Estructuralismo*, pág. 89, Ed. Hyspamérica, 1974, Argentina.

⁸⁰ Levi-Strauss, Claude, *El hombre desnudo*, pág. 611, Editorial Siglo XXI, 1976, México.



D'Arcy Thompson - Transformaciones

Sus estudios sobre las relaciones numéricas entre estructuras espirales en las plantas y la sucesión de Fibonacci; y la comparación de los huesos de las aves con diseños propios de la ingeniería y la mecánica continúan brillantemente la labor emprendida por Da Vinci siglos antes.

Los actuales seguidores de Thompson, entre los que se encuentran arquitectos y biólogos utilizan como herramientas matemáticas la transformación de Möbius y los grupos de Lie.

Relevante es también el papel que los sólidos platónicos y la concepción de la realidad como orden geométrico, juegan en el arte contemporáneo, mencionare solo dos ejemplos.

Antonio Gaudi, inspirado tanto en el libro de la naturaleza como en el de la revelación, crea una arquitectura ligada a la idea de estructura orgánica en la que geometría y mística se aúnan.



Ornamento de Gaudi



Lámpara dodecaédrica y azulejo diseñados por Gaudi

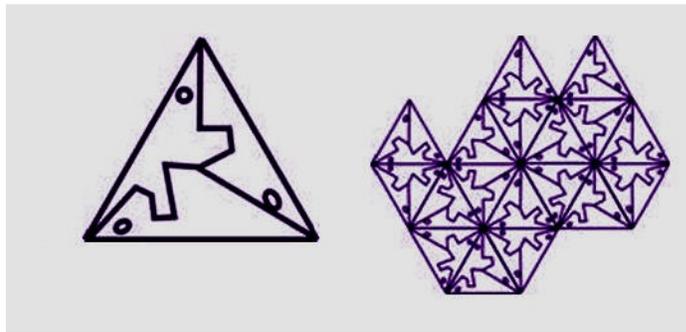
Maurits Cornelis Escher inspirado por los diseños geométricos de la Alhambra y sus patrones de simetría sobre un plano, como por los sólidos platónicos y su inclusión en la esfera, realizó una obra que encontró entre celebres matemáticos como Donald Coxeter y Roger Penrose sus más fervientes admiradores.



Grabados de Escher

Los poliedros constituyen el elemento fundamental de muchas de sus obras.

La teoría de grupos subyace toda su labor creativa; el diseño, por ejemplo, generado por un por un calidoscopio triangular corresponde al grupo cristalográfico denominado **p3m1**.



Escher, calidoscopio y grupo cristalográfico p3m1.

La idea de plasmar el infinito en una superficie finita fue una obsesión de Escher que empleó en su intento el denominado espacio de Poincaré.

El Arquetipo Métrico y la Transformación de Lorentz

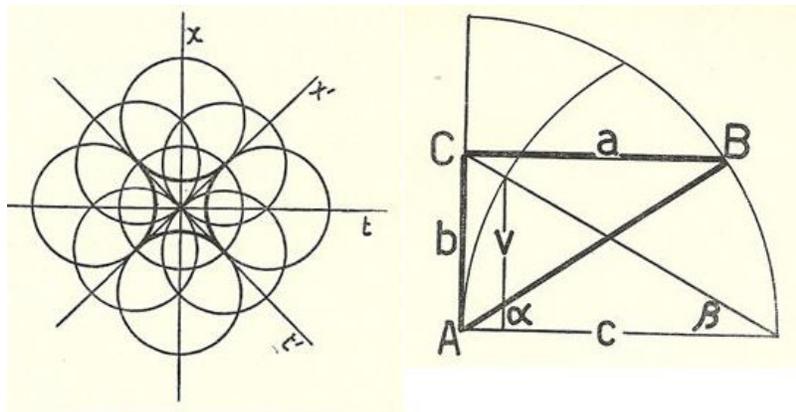
El arquetipo métrico representa una simbólica concepción espacio-temporal que puede vincularse a otra de relevante importancia en la física moderna: la transformación de Lorentz.

Según la teoría de la relatividad especial las transformaciones de Lorentz, conforman un conjunto de relaciones entre las medidas de una magnitud física obtenidas por dos observadores diferentes. Estas relaciones precisan el tipo de geometría del espacio-tiempo. Las *transformaciones de Lorentz* se pueden deducir desde la teoría de grupos, expresando las transformaciones como simetría rotacional del espacio Minkowski.

El grupo cumplido de simetría del espacio de Minkowski, es decir incluyendo traslaciones, es el ya mencionado grupo de Poincaré.

Allende Lezama ha vinculado matemáticamente esta transformación con la estructura de la vesica:

“La transformación de Lorentz, que es una doble relación trigonométrica, exige una configuración de circunferencias secantes de radio unidad común. Los círculos secantes, en los que una circunferencia pasa por el centro de la otra, determinan los husos llamados por nosotros lorentzianos que satisfacen la doble relación trigonométrica de la transformación de Lorentz”⁸¹



Allende Lezama – Husos lorentzianos y transformación de Lorentz

Escribe el epistemólogo Allende Lezama:

⁸¹ Allende Lezama, Luciano Pedro: *Hombre, Mundo, Trascendencia*, pág. 152, Edición de la Asociación Argentina de Epistemología, 1964, Buenos Aires.

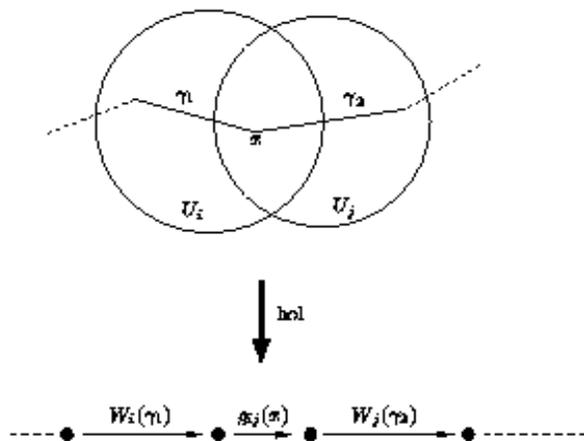
“(…) *Nosotros, como fenómenos naturales que somos, tenemos que cumplir con la exigencia de llevar implícita en nuestra estructura mental la transformación de Lorentz*”

Levi-Strauss, refiriéndose a sí mismo como investigador de los mitos, se compara con una “singularidad” y vincula el tiempo y el espacio de lo observado a la transformación de Lorentz:

“Si hay, en efecto, una experiencia íntima de la que veinte años consagrados al estudio de los mitos (...) hayan compenetrado a quien escribe estas líneas, reside en que la consistencia del yo, afán mayor de toda filosofía occidental, no resiste su aplicación continua al mismo objeto (...) pues el foco de realidad a que osa aún pretender es la de una singularidad, en el sentido que los astrónomos dan al termino: lugar de un espacio, momento de un tiempo relativos uno con respecto del otro, (...)”⁸²

El antropólogo francés y el epistemólogo argentino eligen como punto de observación el centro del sistema de transformaciones, el ombligo del hombre de Leonardo.

La vesica hace también su aparición en los esquemas de la teoría de Gauge que describe simetrías que varían con la posición, claves en la descripción moderna de interacciones físicas.

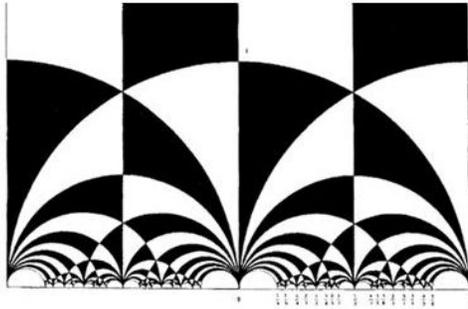


Vesica y esquema de las Transformaciones de Gauge

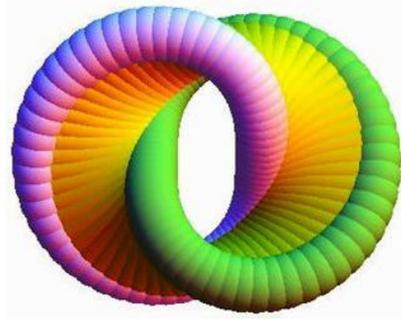
Richard Dedekind ha descubierto en 1877 una de las estructuras más bellas de las matemáticas: un teselado de triángulos hiperbólicos conformado por

⁸² Levi-Strauss, Claude, *El hombre desnudo*, pág. 565, Editorial Siglo XXI, 1976, México

vesicas de un grupo modular, estructura vinculada a la transformación de Möbius.



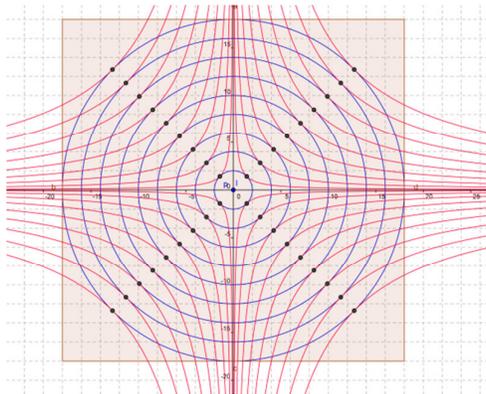
Dedekind – Vesica y grupo modular



Vesica y Transformación de Möbius.

Según es tradición, Menecmo, discípulo de Platón, intentando resolver el enigma de la duplicación del cubo, descubrió las secciones cónicas y señaló que las hipérbolas⁸³, parábolas y elipses son obtenidas cortando un cono en un plano no paralelo a su base.

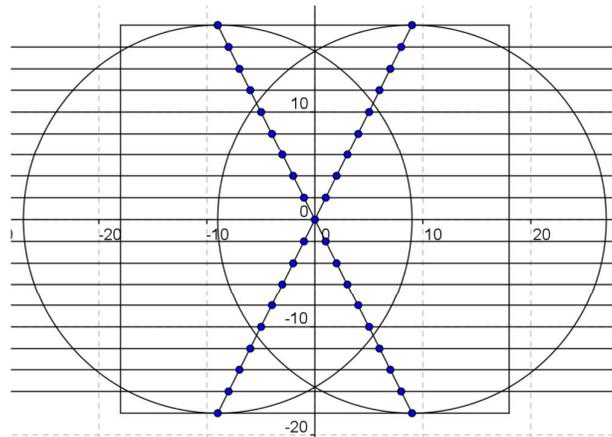
Es factible describir la transformación de Lorentz por medio de hipérbolas equiláteras, ya que permanecen invariables las condiciones iniciales ante modificaciones en el sistema de puntos (Ver Apéndice III).



Sistema de puntos y la transformación de Lorentz

⁸³ La ecuación de la hipérbola es $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$

Cuando $a = b$ la hipérbola se llama equilátera. En ese caso la ecuación es $x^2 - y^2 = a^2$ y las asíntotas son perpendiculares. Si utilizamos las asíntotas como ejes de coordenadas, la ecuación queda $xy = a^2/2$.

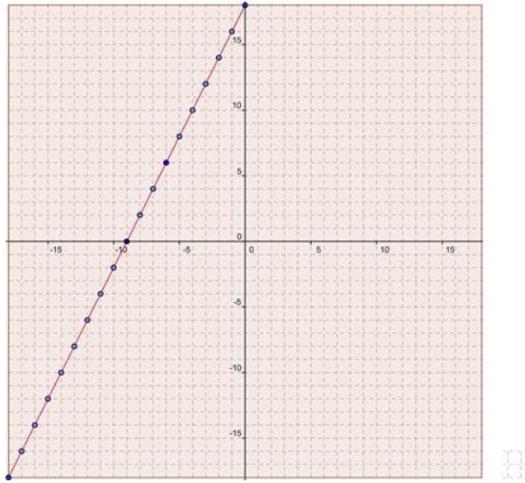
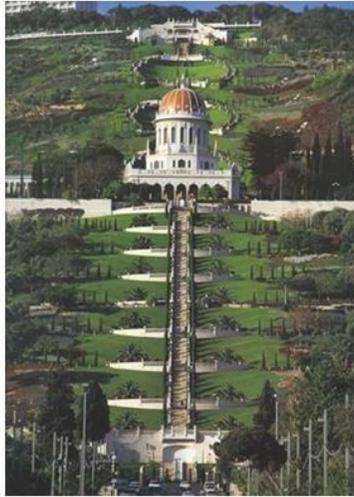


Cruz de San Andrés y transformación de Lorentz

Construyendo la cruz de San Andrés (decusación) en la retícula 1296, con los círculos que conforman la vesica, se desarrolla el mapa de las hipérbolas equiláteras⁸⁴ cuya función general es $y=k/x$, con asíntotas en los ejes de coordenadas x e y . Los puntos que quedan determinados se encuentran sobre la recta $y = 2x$ en $(9; 18)$ y $(-9; -18)$ pasando por el origen $O (0; 0)$, mientras que $y=-k/x$ lo hace en $(-9; 18)$ y $(9; -18)$. Estos son los contactos de tangencia con la retícula mencionada. El centro de las circunferencias se encuentra en $(9; 0)$ y $(-9; 0)$ como lo muestra en la figura más arriba. Es de notar que sobre los ejes de la cruz que representan la $\sqrt{5}$ quedan determinados 19 puntos que son objeto de la transformación.

Estos 19 puntos equidistantes son discernibles en múltiples manifestaciones del arquetipo métrico estudiado. El sistema arquitectónico del Monte Carmelo constituye un claro ejemplo. Tanto el santuario de Báb como las 19 terrazas del monte repiten a escala distinta el mismo diseño a modo de cajas chinas. Diseñadas como nueve círculos concéntricos, las terrazas parecen irradiadas por el Santuario, sus líneas y curvas llaman la vista del observador hacia el centro del sistema.

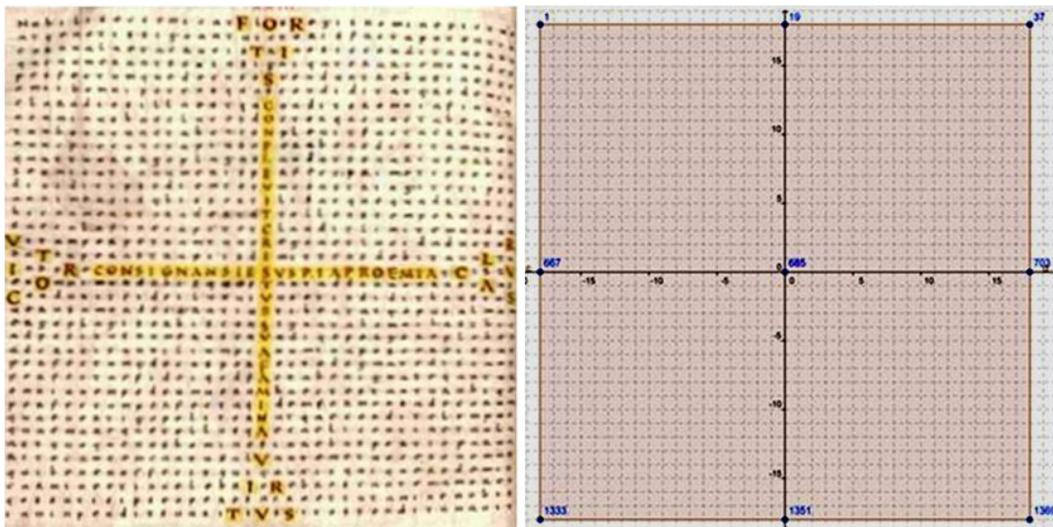
⁸⁴ *Ibíd.*



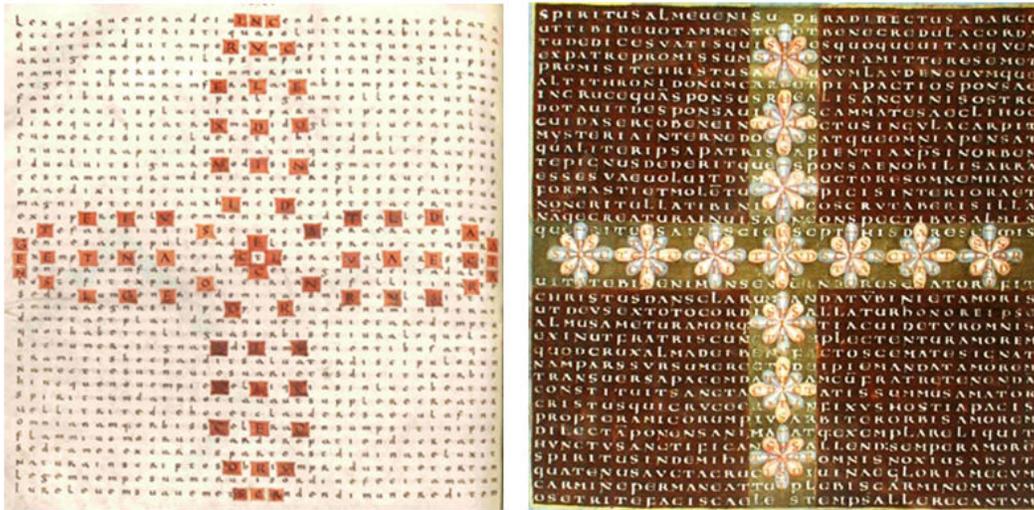
19 terrazas del monte Carmelo

Los 19 puntos están tácitamente presentes en el diseño de Leonardo que es en definitiva el de Hildegarda y el de la estructura celestial dantesca.

Idéntica estructura presentan varios de los poemas gráficos del monje benedictino Rábano Mauro que enlazan geometría, números y letras. Recientemente, el Papa se ha referido a estas obras y a la concepción litúrgica de su autor como: *"síntesis de todas las dimensiones de nuestra percepción de la realidad"*



37x 37 - Poema de Rabano Mauro y retícula del Santuario del Báb



Ilustraciones de Rábano Mauro

Rabano Mauro utiliza diseños reticulares cuadrados de 1369 letras lo que determina que el centro es la letra número 19.

En el Apéndice IV se presenta una reseña sobre la aparición de este número primo y su simbología vinculado a la estructura analizada.

Conclusión

Nuestra reflexión sobre los principios de la medida ha girado en torno a la idea de invariancia, e implícitas en esta, las de estructura y transformación, claves de la ciencia moderna. Según nuestro análisis, la arquetípica “ciudad de Dios” de Platón, el hombre áureo de Leonardo y el sistema del Carmelo aluden a una misma estructura subyacente.

En resumen, ciencia, arte y religión responden a una métrica básica común. ‘Abdu’l-Bahá, demiurgo del Carmelo, ha afirmado:

*“Dios ha hecho que la religión y la ciencia sean la medida, por así decirlo, de nuestro entendimiento.”*⁸⁵

Albert Einstein, el más grande teórico de la medida de la ciencia moderna, descubridor de la invariancia física fundamental (velocidad de la luz), se refiere a una “*estructura maravillosa de la existencia*” y sostiene:

⁸⁵ ‘Abdu’l-Bahá, La Sabiduría de (conferencias de París-1911) Editorial Bahá’í de España, 1996

“(...) *hay manifestaciones de la Razón más profunda y de la Belleza más resplandeciente sólo asequibles en su forma más elemental para el intelecto.*”⁸⁶

Einstein propone, al igual ‘Abdu’l-Bahá, una visión del cosmos en que ciencia y religión se conjugan; la célebre sentencia del físico:

*“La ciencia sin la religión es coja; la religión sin la ciencia es ciega”*⁸⁷

Es anticipada por la del Místico:

*“La ciencia es como un ala, y la religión es como la otra; un pájaro necesita dos alas para volar, una sola le sería inútil”*⁸⁸

Según su biógrafo, Gerald Holton, Einstein buscaba entender los fenómenos físicos en su conjunto, como parte de un todo, vistos desde lo alto, como los vería Dios; “desde lo alto”, vio que la energía y la masa están relacionadas, que el espacio y el tiempo están vinculados en un continuo espacio tiempo.

La Belleza, manifestada como simetría y simplicidad, fueron claves en su trabajo. La concepción de Einstein tiene, al igual que la de Leonardo, su guía en *“La belleza como esplendor de la verdad”* de *El Banquete*.

El hombre de Leonardo representa la esencia invariable de la naturaleza humana; su desnudez es emblema de Adán, primer hombre que cada individuo encarna en su singularidad; su figura en cruz alude a Cristo, segundo Adán, símbolo de dolor y plenitud. Ilustra un modelo científico, filosófico y artístico que guarda para nosotros, habituados a padecer lo segmentario, el éxtasis de lo completo.

Dice Leonardo en el *Códice Trivulziano*: “Si la estructura de este cuerpo te parece maravillosa, piensa que esta maravilla nada es comparada al alma que habita en tal arquitectura. ¡Sea como sea, es realmente algo divino! (...) Nuestro cuerpo está sometido al cielo y el cielo se halla sometido al espíritu”.

Como fue revelado en oriente: “El hombre es el talismán supremo”⁸⁹.

⁸⁶ Albert, Einstein, *Mi visión del mundo*, pág. 12, Tusquets, Barcelona, 1981.

⁸⁷ Albert Einstein, *Mis ideas y opiniones*, pág. 56, editorial Antoni Bosch, Barcelona, 2011

⁸⁸ ‘Abdu’l-Bahá, *La Sabiduría de* (conferencias de París-1911) Editorial Bahá’í de España, 1996

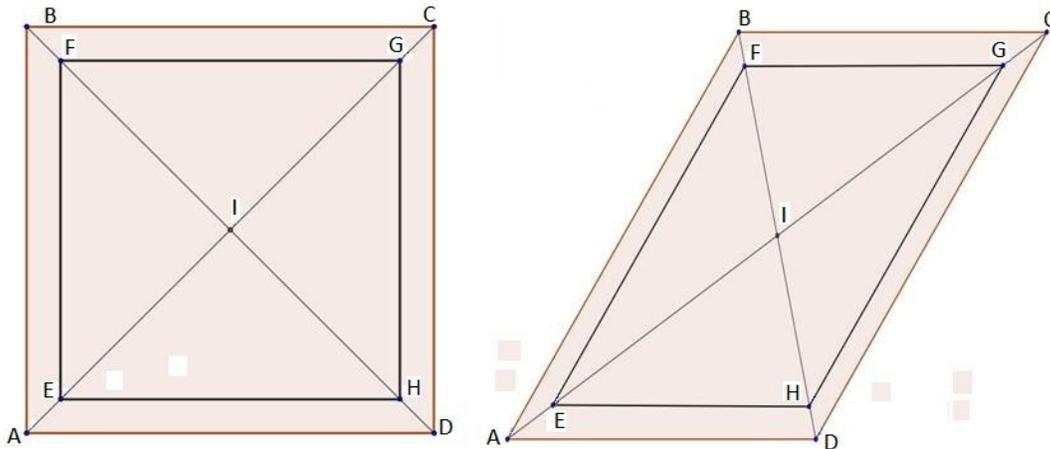
⁸⁹ Bahá’u’lláh, *Pasajes de los escritos*, XXVII p. 42 EBILA, 1988

Apéndice I

Comprobación de la permanencia de las características iniciales de la cuadrícula de superficie 1296 y 900, cuando rotan sus lados

Tomando un cuadrado de 10 x 10, arbitrariamente lo hacemos girar a una nueva pendiente de 4/3 lo que da origen a un paralelogramo cuyos lados son los siguiente:

$$AB = DA = BC = CD = 10$$



El cuadrado interno que guarda relación con el anterior y que es proporcional a 1296/900, tiene por lados 25/3.

El nuevo paralelogramo tiene por lados:

$$EF = FG = GH = EH = 25/3$$

El criterio de proporcionalidad mantiene la relación de los lados de los cuadrados de 36 (externo) y 30 (interno) con el paralelogramo de lados 10 (externo) y 25/3 (interno).

Las características deben mantenerse cuando la estructura de este último rota sobre el punto A (0; 0).

La relación $36/30 = 1,20$ al ser reemplazada en el lado EH, obtiene:
 $10/1,20 = 25/3$

Y como $36^2/30^2 = 1,44$ lo mismo debemos obtener en el cociente de los nuevos paralelogramos:

$$\mathbf{ABCD} / \mathbf{EFGH} = AD \times CD' / EH \times FE' = (10 \times 8) / (25/3 \times 20/3) =$$

$$= 80 / (500/9) = \mathbf{1,44}$$

Determinación de E

Recta AC que une los puntos A (0; 0) y C (16; 8) determina la ecuación de la recta $y = \frac{1}{2} x$.

Siendo la altura del paralelogramo mayor igual a 8 y la del interno igual a $8/1,20 = 20/3$, se obtiene el punto E con

$$y = (8 - 20/3)/2 = 2/3$$

Igualando $2/3 = \frac{1}{2} x$ y despejando obtenemos $x = 4/3$, por lo tanto el punto E será E (4/3; 2/3)

Recta BD B(6;8) y D(10;0) determina la ecuación de la recta $y = -2x + 20$

Determinación de H

Para $y = 2/3$

$$2/3 = -2x + 20$$

$$X = 29/3$$

$$\mathbf{H = (29/3; 2/3)}$$

Distancia EH

$$EH = 29/3 - 4/3 = 25/3$$

Determinación de F

Para $y = 8 - 2/3 = 22/3$

$$22/3 = -2x + 20$$

$$x = 22/3$$

$$\mathbf{F = (19/3; 22/3)}$$

Determinación de G

Para $y = 22/3$

$$y = \frac{1}{2} x$$

$$22/3 = \frac{1}{2} x$$

$$x = 44/3$$

$$\mathbf{G = (44/3; 22/3)}$$

Apéndice II

Relaciones entre los sistemas de Leonardo y Brunés

Partiendo del cuadrado de 1296, toman relevancia proporciones internas que son los cuadrados de 900; 829,44; 804,9844718999243; 720 y 576.

Leonardo coloca al Hombre en el de 900, mientras que Brunés lo hace en el de 829,44.

En el primero dos figuras humanas se superponen: la que eleva los brazos toca el círculo en un punto que determina un rectángulo de 804.9844718999243 (26.83281573 x 30), cuyo lado conforma un cuadrado de 720, y el que tiene los brazos extendidos en forma paralela al piso toca el cuadrado de 900. En Brunés el cuadrado que contiene al Hombre es el 829,44 y 576.

Las proporciones que mantienen entre sí son las siguientes:

Leonardo

$$1296/900 = 1.44$$

$$900/804.9844718999243 = 1,118033988749894835... = (\sqrt{5})/2$$

$$900/720 = 1.25$$

$$804.9844718999243/720 = (\sqrt{5})/2$$

Brunés

$$1296/829.44 = 1.5625 = 1.25^2$$

$$900/720 = 1,25$$

$$900/576 = 1.5625 = 1.25^2$$

$$829.44/576 = 1.44$$

$$720/576 = 1.25$$

Aunque las figuras geométricas no son iguales entre ambos, la similitud de las proporciones se dan con 1.25 y $(\sqrt{5})/2$ (que es igual a $\sqrt{1.25}$)

Apéndice III

Descripción de la transformación de Lorentz por medio de hipérbolas equiláteras en que permanecen invariables las condiciones iniciales ante modificaciones en el sistema de puntos

La vesica determina un rectángulo interno de superficie $18^2(\sqrt{3})^2 = 972$

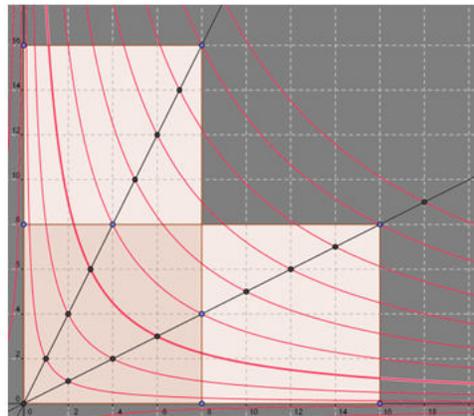
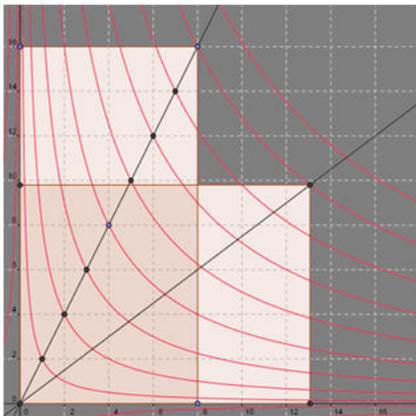
La relación con la retícula 1296 es

$$1296 / 972 = 4 / 3$$

La siguiente tabla, muestra para cada par de puntos cuales son los valores obtenidos en la hipérbola equilátera $y = k / x$ cuando se corta con la recta $y = 2x$. Se determinan 19 puntos (8 en el I° cuadrante, 8 en el III° y 1 en el centro).

Tomamos en cuenta el I° cuadrante y obtenemos la siguiente tabla

	$y = 2x$		$y \cdot x = k$		x	$y = (3/4)x$
	x	y	$y \cdot x$	$y = k / x$		
1	1/2	1	1/2	$y = 1 / 2x$	$\sqrt{(2/3)}$	$(1/2)\sqrt{(3/2)}$
2	1	2	2	$y = 2 / x$	2	1
3	1 1/2	3	4 1/2	$y = 9 / 2x$	$\sqrt{6}$	$(3/4)\sqrt{6}$
4	2	4	8	$y = 8 / x$	$4\sqrt{(2/3)}$	$2\sqrt{(3/2)}$
5	2 1/2	5	12 1/2	$y = 25 / 2x$	$5\sqrt{(2/3)}$	$(5/2)\sqrt{(3/2)}$
6	3	6	18	$y = 18 / x$	$2\sqrt{6}$	$(3/2)\sqrt{6}$
7	3 1/2	7	24 1/2	$y = 49 / 2x$	$\sqrt{(98/3)}$	$(7/2)\sqrt{(3/2)}$
8	4	8	32	$y = 32 / x$	$8\sqrt{(2/3)}$	$4\sqrt{(3/2)}$
9	4 1/2	9	40 1/2	$y = 81 / 2x$	54	$(3/4)$



Los cambios producidos entre los 19 puntos de cada eje dentro de la retícula 1296 de superficie con la transformación de Lorenz, mantienen las características iniciales de equidistancia.

Para cada par de valores x e y mostrados en la tabla, se obtiene un punto en la función de la hipérbola equilátera que corresponde a la recta $y = 2x$ e

$$y = \frac{3}{4}x.$$

Tomando por ejemplo la función lineal $y = 2x$ en el punto 5 y 8, las áreas obtenidas en ambos casos son $\frac{25}{2}$ y 32. El cociente entre ambas es $\frac{64}{25}$

Las mismas áreas que nacen de la función lineal $y = \frac{3}{4}x$ son $\frac{25}{2}$ y 32 respectivamente, lo que arroja el mismo coeficiente $\frac{64}{25}$.

Estas variaciones de la pendiente de la función lineal entre las asíntotas hacen que se mantengan las características iniciales de la retícula, según la comprobación anterior.

Apéndice IV

En distintos sistemas socioculturales se vincula la cifra 19 con diversas categorizaciones. Aparece, por ejemplo, relacionado con la anatomía humana: entre los egipcios, según distintos tratadistas, el hombre áureo de dicha civilización, consta de 19 módulos; Calame Griaule sostiene que entre los Dogón, 19 es el número elemental del cuerpo; 19 son los *chakrás* o centros de energía del cuerpo humano en algunas concepciones budistas; el pintor y tratadista Charles Le Brun (1619-1690) postula que hay diecinueve pasiones humanas, que corresponden a diecinueve expresiones faciales.

Como ejemplo de lo que parecieran ser formas primas vinculadas al tiempo, podría mencionarse que los antiguos griegos, según Pierre Grimal, señalan que cada 19 años se traslada Apolo al extremo septentrional del mundo, país de los hiperbóreos; en la Odisea de Homero, tras diecinueve años de ausencia, regresa Ulises a su palacio. Entre los bahá'ís, el día 19 del mes Sha'Bán y por orden del Báb, Mullá-Husayn, uno de los 19 mártires llamados "Letras del Viviente", enarbola el estandarte negro que anuncia el

fin de la era islámica; a los 19 años de la declaración del Báb se produce la declaración pública de Bahá'u'lláh.

Doina Rusti, autora del *Diccionario de símbolos de la obra de Mircea Eliade*, escribe sobre el significado simbólico de las fechas y el número 19 en la obra novelística del pensador e historiador de las religiones:

“(...) La fiesta de Navidad se vuelve un signo del renacimiento de Pandeale (*Las diecinueve rosas*) y la noche de la Resurrección facilita la ascensión de Dominique (*Tiempo de un centenario*) más allá del tiempo histórico. Cada personaje está vinculado a cierta fecha anticipada o anunciada que le hace sentir un gran misterio. La fecha más frecuente es el 19, código de armonía que debe aguardar el ser. El diario que aparece en el relato *La capa* tiene la fecha del 19 de mayo (...). El doctor Zerlendi se da cuenta de que es invisible el 19 de agosto. Catalina (*La noche de san Juan*) entra una vez al año -es decir, el 19 de octubre- en otro tiempo, en el espacio de la muerte de donde milagrosamente puede regresar aunque no sabe por cuánto tiempo: adquiriría esa apariencia para el 19 de octubre. "Ella lleva esos ojos sólo una vez al año, el 19 de octubre". La relación íntima con el misterio de la fecha del 19 de octubre le da a Stefan la sensación de evadirse fuera del presente (...). En el simbolismo del tarot la decimonovena es la carta del Sol, símbolo de la armonía, centro e imago mundi, y en el zodíaco representa al sol de siete rayos y al ser doble. Por sus atributos, el número, como significación, se aproxima a sugerir la evasión que se encuentra presente en la obra de Eliade”.

Entre las formas compuestas relacionadas al espacio podemos citar: los 19 niveles del mundo indicados en la Teogonía de Hesíodo: del cielo a la tierra, 9 días, y de la tierra, centro y 1, a los infiernos, otros 9 días; la ciudad ideal de los chinos, locus del árbol de la vida, se conecta con las 9 fuentes ctónicas y los 9 círculos celestes, realizando, así, el esquema 9+1+9.

El juego del Go, de profunda inserción en la cosmovisión china, al que Borges llama “mapa del universo”, está estructurado en base a los números 9 y 19; el tablero es una retícula de 19x19 en la que se marcan 9 puntos claves o estrellas y en su desarrollo se emplean hasta 361 (19x19) fichas. 9 son los grados jerárquicos de los jugadores y existe también una versión reducida del Go con una retícula de 9x9.

El número diecinueve tiene también un papel clave en la obra de Borges.

Desde una perspectiva formal, un sistema de 9 círculos concéntricos, ligado a muchas representaciones del espacio, contiene sobre un eje virtual, 19 puntos o niveles (18 más un centro). Inversamente, una "retícula" de 19x19 contiene potencialmente 9 círculos concéntricos inscriptos. Este es

el diseño que permite superponer simbólicamente las 19 Terrazas del Carmelo a los 9 Círculos del Mundo. Esto no impide que a las mismas 19 terrazas se superpongan los 7 círculos atribuidos a la montaña; se trata de otra clase de cómputo, semejante al que realizamos al llamar 19 horas a las 7 de la tarde.

Distintos autores han notado la recurrente aparición del 19 conjuntamente con el 7. Un erudito trabajo publicado por el instituto “Arias Montano”, plantea un vínculo estructural entre ambos números: “¿Quién hubiese sospechado que la santidad del número diecinueve en ciertos textos babilónicos deriva del siete?”

Hajo Banzhaf escribe sobre las concepciones tradicionales: “en el cielo hay 12 signos zodiacales y 7 planetas, en la suma ($12 + 7 = 19$) se refleja según se creía en la edad media precisamente el símbolo de la unidad cósmica”

Según diversas escatologías islámicas, el Mahdi prometido, permanecerá en la tierra, siete, nueve o diecinueve años.

En la simbología alquímica se encuentran también estructuras que vinculan el 19 y el 7 a la Piedra filosofal. Louis François Cambriel ha publicado en París en 1843 su *Curso de filosofía hermética o de Alquimia en diecinueve lecciones*. Según el alquimista Norton, 19 procedimientos proporcionan un cotejo completo del estado de salud humana.

En ocasiones, es el cuadrado del número 19 el que preside las categorizaciones. Así, el calendario bahá'í se organiza en una matriz equiparable a una retícula de 19x19 que representa a los 361 primeros creyentes del Báb.

Podemos identificar, hecho que muestra la importancia simbólica del número 19 en el Islam, el Bábismo y la Fe Bahá'í, 4 estructuras ejemplares compuestas por distintos grupos de 19 letras:

- 1) el Bízmala coránico
- 2) la Plegaria del Alba del quinto Imán; cuyas 19 letras son idénticas a las Letras del Viviente de la cosmología Babí y a los meses del calendario bahá'í.
- 3) el grupo de 19 letras de la cosmología de Sheikh Ahmad.
- 4) el grupo de las letras del Ciclo de 19 años o *Váhid*, del calendario bahá'í.

Dado que los 4 grupos muestran diferencias entre las 19 letras que los componen, debemos suponer que el número, elemento que permanece invariante, tiene prioridad sobre la letra. Opinión sostenida, entre otros, por René Guenón: “(...) dado el carácter de la lengua árabe (carácter que le es, por otro lado, común con la lengua hebrea), el sentido primero y fundamental debe ser dado por los números (...)”

Significativo es que tanto Sheikh Ahmad, como el Báb, Bahá'u'lláh y Abdu'l-Bahá hacen mención en sus escritos de las 19 letras de la cosmogonía del Bismala.

La estructura del Monte Carmelo, es decir, la montaña cosmológica bahá'í, representa con sus 19 terrazas el mismo arquetipo.

Ibin arabi menciona "moradas espirituales" principales en su obra *Fasl al-Manâzil*, cuyo número de capítulos es el mismo de las suras coránicas, el mítico 114, múltiplo de 19. Distintos estudiosos del sufismo han señalado que este tipo de clasificación de las etapas místicas se remonta al menos hasta el egipcio Dzu n-Nun (m. 246/861), a quien se atribuyen listas con 19 y con 8 etapas.

La estructura de los 19 Nombres o Atributos Divinos, tiene su equivalente cristiano. La Teología de San Ireneo de Lyon, sirve de ejemplo; Borges, ha escrito sobre este Padre de la Iglesia en su *Historia de la eternidad*:

“Desde que Ireneo la inauguró, la eternidad cristiana empezó a diferir de la alejandrina. De ser un mundo aparte se acomodó a ser uno de los diecinueve atributos de la mente de Dios. Librados a la veneración popular, los arquetipos ofrecían el peligro de convertirse en divinidades o en ángeles; no se negó por consiguiente su realidad -siempre mayor que la de las meras criaturas- pero se los redujo a ideas eternas en el Verbo hacedor.”

También en tradiciones judías pueden hallarse ejemplos; Francisco López de Gómara menciona en su *Historia General de Indias*: “(...) los talmudistas, que afirman diecinueve mil mundos (...)”

Las célebres *Diecinueve cartas sobre judaísmo de Ben Uriel* (1836), obra sobre la Torá escrita por Samson Raphael Hirsch es ilustrativa.

En la civilización egipcia, según Jeremy Nayler, la utilización del número 19 en referencia a los años de los reinados y las agrupaciones dinásticas se consideraba apropiada debido a la conexión supuesta entre el rey y la estrella Sirio. Así como Sirio era el “mediador celestial” entre los planos material y espiritual, el rey era el mediador terrenal, sintetizando en su persona atributos humanos y divinos.

La estructura de 19 elementos aparece en la concepción de la naturaleza de la mente en el budismo tibetano, con sus 19 pares de opuestos:

La fortaleza y la debilidad,
 la perversión y la rectitud,
 la ignorancia y el discernimiento,
 la estupidez y el conocimiento,
 el desorden y la estabilidad,
 la gentileza y el rencor,
 la moralidad y la inmoralidad,
 el honesto y el falsario,
 lo prejuiciado y lo justo,
 la aflicción y la iluminación,
 la permanencia y la caducidad,
 la compasión y la malevolencia,
 la delicia y el disgusto,
 la generosidad y la mezquindad,
 el progreso y el retroceso,
 la creación y la destrucción,
 el cuerpo real y el cuerpo físico,
 el cuerpo proyectado y el cuerpo de recompensa.

19 canales y 7 instrumentos son los medios con los cuales el Ser o Atman funciona en el mundo externo, como Vaishvanara, el Hombre universal, según el *Mandukya Upanishad*.

Los 19 elementos del cuerpo astral de Paramhansa Yogananda son una moderna versión del tema.

19 existencias están Kassapa y el Buda profundamente ligados; Kassapa había sido varias veces el padre del Bodhisatta, su hermano y, a menudo, su amigo o maestro.

Las 19 reliquias de Buda, llevadas a China en el año 240 a.c., que sirven de fundamento en la edificación de 19 estupas, conforman una estructura análoga a la mencionada por el Báb, en la que 19 templos constituyen un sistema sagrado del mundo.

Los 19 manzanos que en la *Vida de Merlín*, del monje medieval Geoffrey de Monmouth, alimentan al Mago, dibujan posiblemente una estructura espacial análoga.

La estructura de 19 elementos aparece también representada arquitectónicamente:

19 Entradas presentaba la fortaleza hindú de Chitradurga; 19 puertas conducen al patio interior que rodea la Ka'ba; la mezquita de Córdoba tiene 19 puertas, 19 naves y 19 escalones en su pulpito; 19 puertas servían de acceso a la medina de Marrakech; 19 entradas, entre "puertas" y "postigos", tiene el recinto amurallado de la ciudad de Sevilla; 19 arcadas mostraba sobre su pórtico del destruido templo bahá'í de Ishqábád.

Creo necesario hacer una salvedad. Tanto los antiguos astrónomos chinos, como el griego Metón y con posterioridad diversos pueblos; observaron la correspondencia “casi exacta” entre un período de 19 años solares y 235 lunaciones. Estos 19 años conocidos como "ciclo de oro" de Metón, que son, aún hoy, considerados en la iglesia oriental para fijar la Pascua; jugaron un importante papel en la construcción de diversos calendarios.

Si bien algunos conjuntos de 19 elementos mencionados se deben seguramente a la presencia del ciclo metónico; es fundamental advertir que: la estructura de los calendarios no está dibujada en los cielos sino en el alma humana; no son las 19 estrellas de la constelación de Hércules las que proyectan la figura del héroe, son los ojos alzados a la noche escogiendo 19 puntos de luz.